Hidráulica 1 – SHS0409
HIDRÁULICA DOS CONDUTOS FORÇADOS

PERDA DE CARGA DISTRIBUÍDA
E FATOR DE ATRITO
(AULA 3)

Aula 2 - revisão

- **Tipos de escoamento**
- **Energia (Bernoulli)**

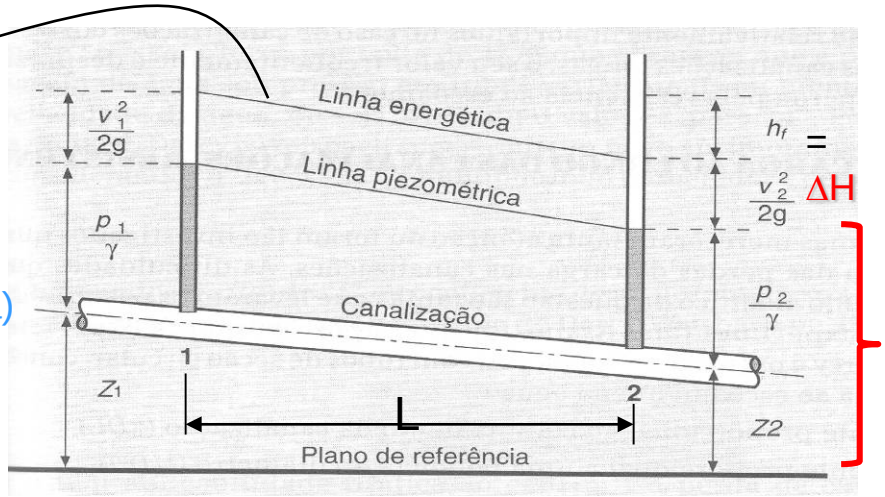
$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

- Re < 2000 : Escoamento Laminar
- 2000 < Re < 4000 : Escoamento de Transição
- Re > 4000 : Escoamento Turbulento

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Delta H$$

J = ΔH/L

Perda de carga (perda energia) por atrito em metros



- **Perda de carga (distribuída e unitária)**

$$\Delta h = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

Fórmula universal de perda de carga

(Equação de Darcy-Weisbach)

$$\Delta h = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$ ou $$J = \frac{f}{D}\frac{U^2}{2}$$

- Generalização da FU – **em termos da Vazão**

$$J = \frac{f}{D}\frac{U^2}{2g} = 0{,}0827 f \frac{Q^2}{D^5}$$

Diagrama de Moody

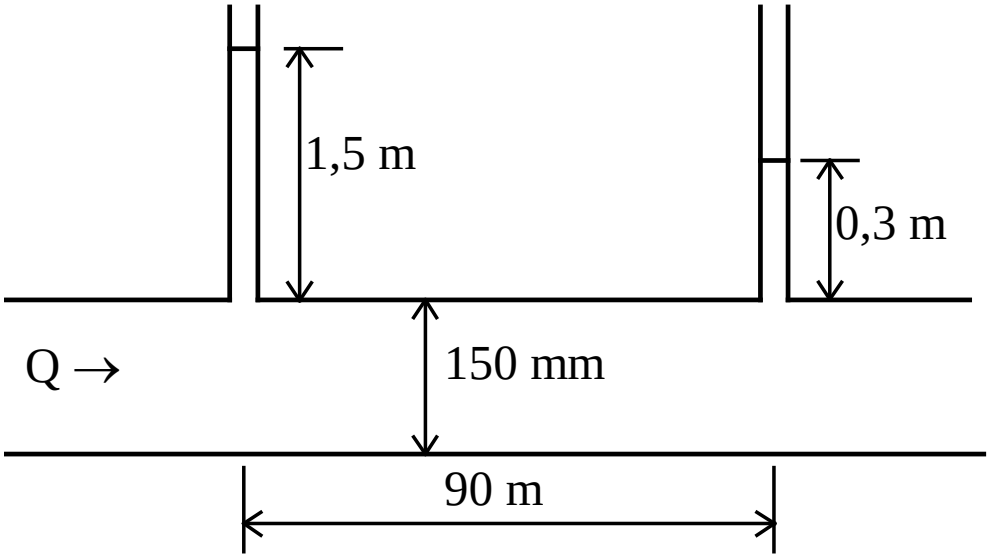
$$f = \text{Função}\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

- Conceito de raio hidráulico (R_H)

- $R_H = \frac{Área\ Molhada}{Perímetro\ Molhado}$ → Conduto forçado, Seção circular → Rh = D/4

Exercício (Lista 1 – Ex. 1):

- Qual a vazão que passa através da tubulação de aço comercial de 150 mm de diâmetro mostrada na figura? Dado: ε = 0,05 mm e T=20º

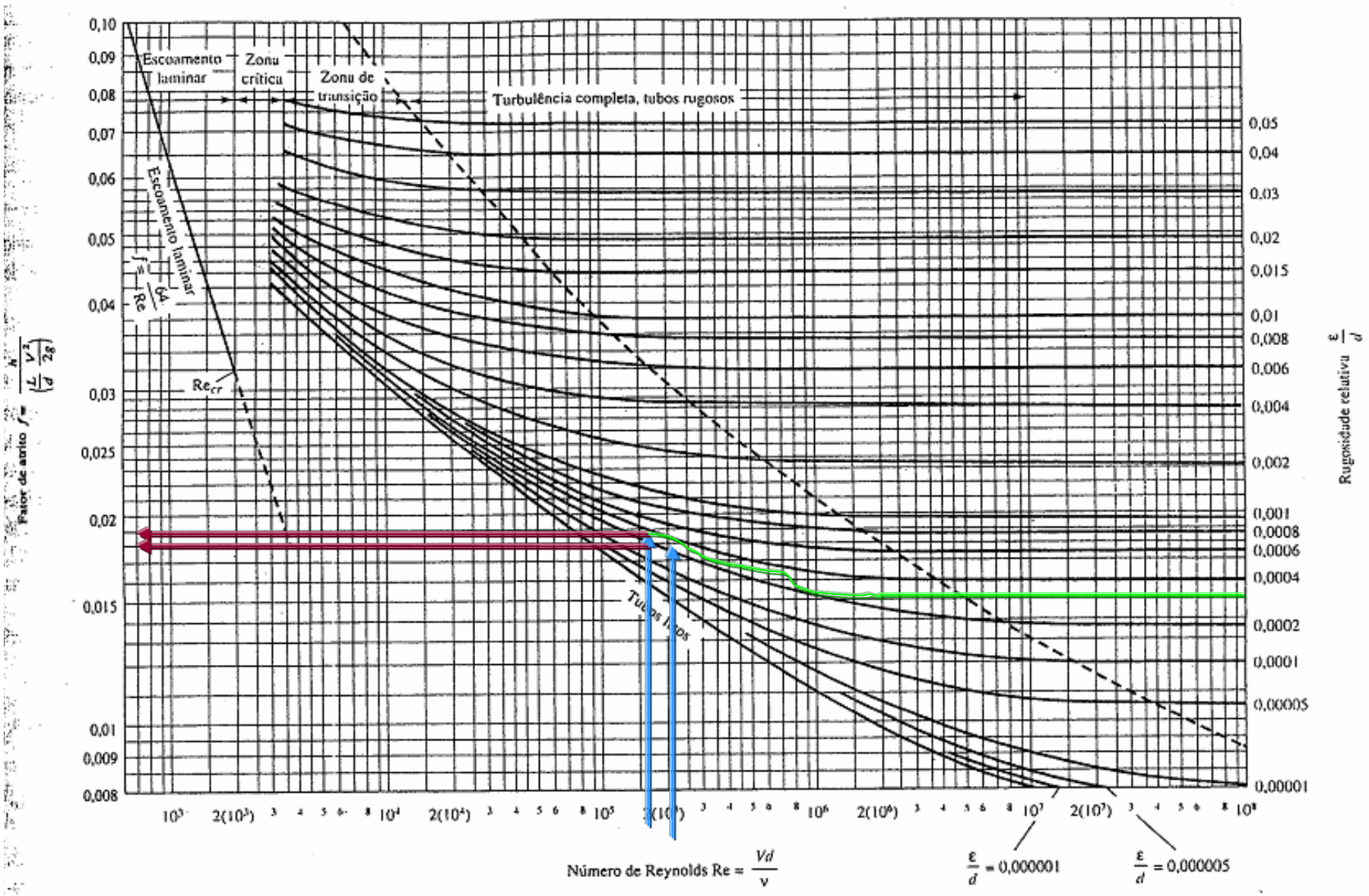


Formas de resolver: diagrama de Moody (ou Tabelas A1 ou A2 ou fórmula explícita)

(Aula 1) Resumo das propriedades físicas da água
SI de unidades

Temperatura	Massa Específica	Peso Específico	Pressão de Vapor	Módulo de Elasticidade Volumétrico	Viscosidade Dinâmica	Viscosidade Cinemática
T °C	ρ kg/m^3	γ N/m^3	P_v^{abs} Pa	K 10^7 Pa	μ 10^{-3} kg/m.s	ν 10^{-6}m^2/s
0	999,9	9805	611	204	1,79	1,79
5	1000,0	9806	873	206	1,52	1,52
10	999,7	9803	1266	211	1,31	1,31
15	999,1	9798	1707	214	1,14	1,14
20	998,2	9789	2335	220	1,01	1,01
25	997,1	9779	3169	222	0,89	0,90
30	995,7	9767	4238	223	0,80	0,80
35	994,1	9752	5621	224	0,72	0,73
40	992,2	9737	7377	227	0,66	0,66
45	990,2	9720	9584	229	0,60	0,61
50	988,1	9697	12331	230	0,55	0,56
55	985,7	9679	15745	231	0,51	0,51
60	983,2	9658	19924	228	0,47	0,48
65	980,6	9635	25015	226	0,44	0,44
70	977,8	9600	31166	225	0,41	0,42
75	974,9	9589	38563	223	0,38	0,39
80	971,8	9557	47372	221	0,36	0,37
85	968,6	9529	57820	217	0,34	0,35
90	965,3	9499	70132	216	0,32	0,33
95	961,9	9469	84552	211	0,30	0,31
100	958,4	9438	101357	207	0,28	0,30

Diagrama de Moody



SHS 409- Hidráulica de Condutos Forçados

CONTEÚDO AULA 3

1. **Perda de carga (tensão de cisalhamento) - Velocidade de atrito(u*)**

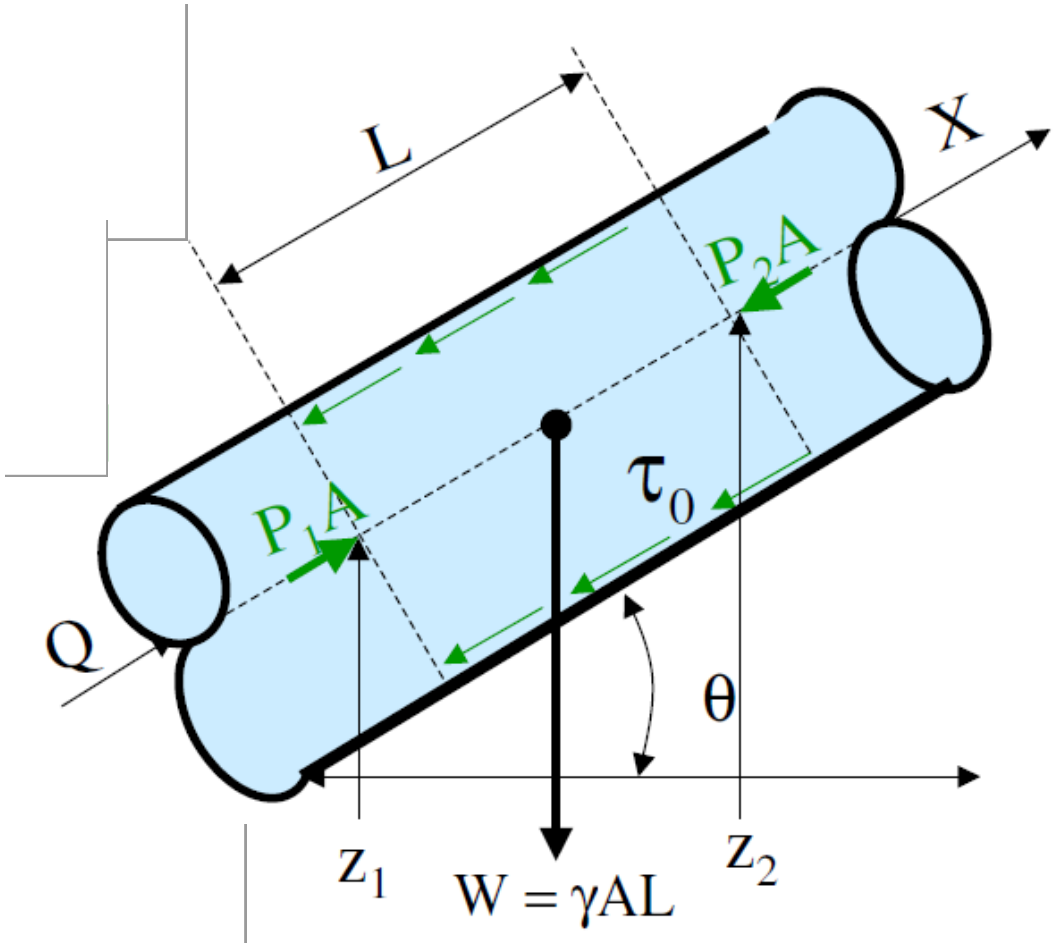
2. **Fator de atrito (f) da F.U. de perda de carga** (2.3)
   1. "**Harpa de Nikuradse**"
   2. Fórmulas.... Blassius (2.3)
   3. Fórmula de Colebrook-white (2.5)
   4. ***Diagrama de Moody***
   5. Fórmula de Swamme-jain - Explícita (2.5)

3. **Uso de Tabelas (Anexo A1 e A2)**

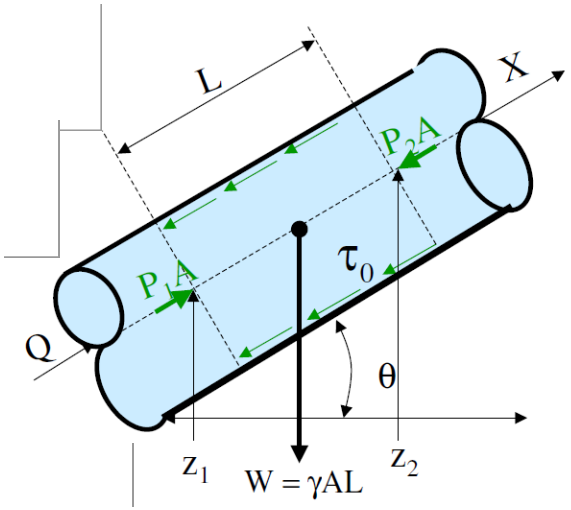
4. **Aplicação**

Resistência aos Escoamentos Uniformes
Velocidade de atrito

Para o escoamento no trecho de comprimento L, em condições de equilíbrio dinâmico, tem-se:



Tensão tangencial - Cisalhamento



$$\sum F_x = p_1 A - p_2 A - \tau_0 PL - W\,\mathrm{sen}\theta = 0 \quad 1.21$$

Como

$$W = \gamma A L \qquad \text{e} \qquad \mathrm{sen}\theta = \frac{z_2 - z_1}{L}$$

Escreve-se:

$$(p_1 - p_2)A - \tau_0 PL - \gamma A(z_2 - z_1) = 0 \quad 1.22$$

Dividindo-se por **(γA)** e separando-se os termos de mesmo índice, obtém-se:

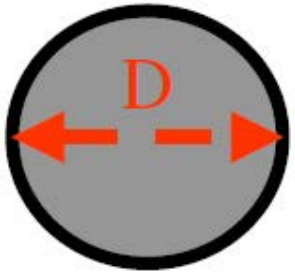
$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + z_2\right) = \frac{\tau_0}{\gamma}\frac{P}{A}L \quad 1.23$$

O primeiro membro representa a perda de carga no trecho **(ΔH)**. Introduzindo-se o conceito de raio hidráulico, obtém-se:

$$R_h = \frac{A}{P} \Rightarrow \Delta H = \frac{\tau_0}{\gamma}\frac{L}{R_h} \quad 1.24$$

$$J = \frac{\Delta H}{L} \Rightarrow \tau_0 = \gamma R_h J \quad 1.25$$

Seção Circular:



Corte AA

$$\begin{cases} \text{Area} = \dfrac{\pi D^2}{4} \\ \text{Perimetro} = \pi D \end{cases} \Rightarrow Rh = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

$$\Delta H = \frac{\tau_0}{\gamma}\frac{L}{R_h} = \frac{4\tau_0}{\gamma}\frac{L}{D} \qquad 1.26$$

Tensão tangencial - Cisalhamento

Perfil de velocidade – variação da tensão tangencial

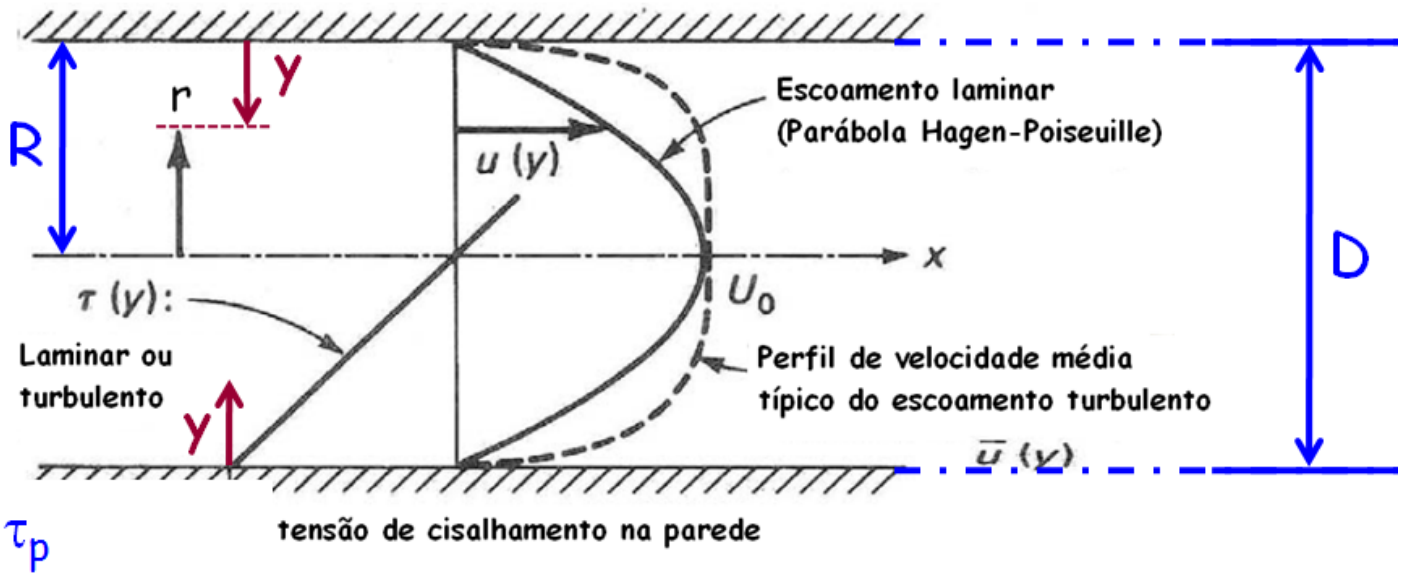
Equação 2.1 e 2.2

□τo ~ fx (r)

$$\Delta H = \frac{\tau_0}{\gamma}\frac{L}{R_h} = \frac{4\tau_0}{\gamma}\frac{L}{D} \qquad 1.26$$

- Tensão de cisalhamento: varia linearmente

(independente do escoamento ser laminar ou turbulento)



Velocidade de atrito - Definição

$$\Delta H = \frac{\tau_0}{\gamma}\frac{L}{R_h} = \frac{4\tau_0}{\gamma}\frac{L}{D} \quad 1.26$$

Eq. universal da perda de carga:

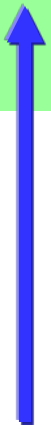
$$\Delta H = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \quad 1.20$$

$$\Delta H = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{4\tau_0}{\gamma}\frac{L}{D} \Rightarrow \frac{\tau_0}{\rho} = f\frac{V^2}{8} \Rightarrow \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = V\sqrt{\frac{f}{8}} \quad 1.28$$

Velocidade de atrito → $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ → $\frac{u_*}{V} = \sqrt{\frac{f}{8}}$

Agora, vamos nos concentrar nas formulações propostas para determinação do fator de atrito f

$$\Delta h = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$



Escoamento laminar

Determinação do Fator de atrito (f)

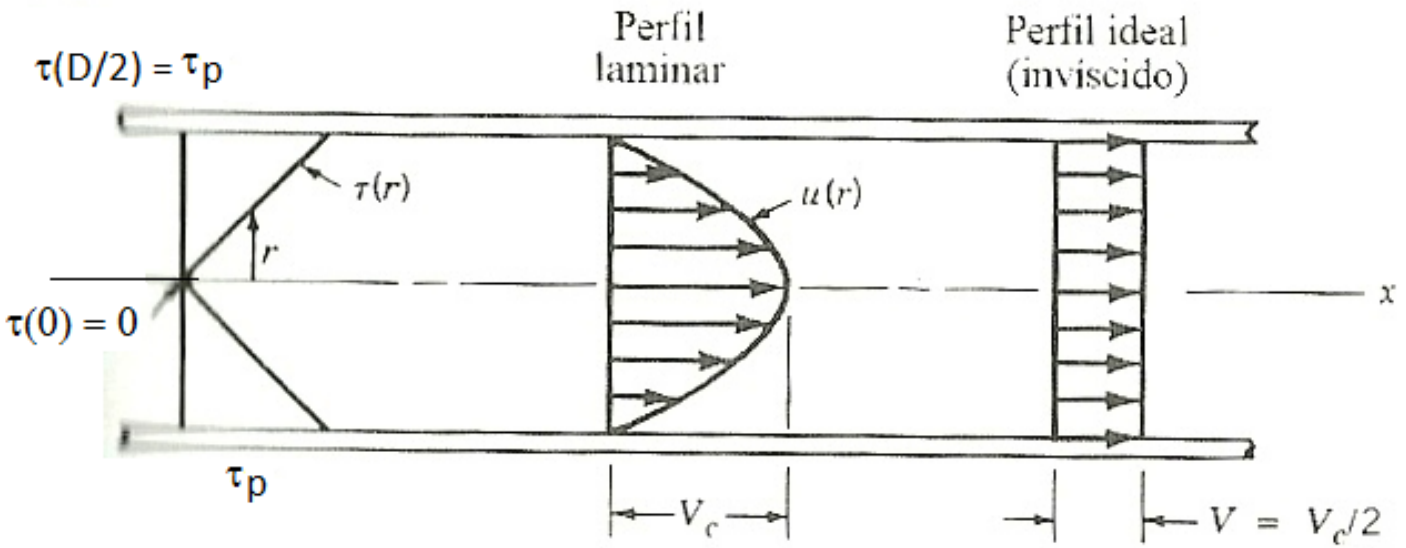
Escoamento laminar plenamente desenvolvido

Perda de carga contínua → tensões de cisalhamento

Tipo de regime de escoamento → Perfil de velocidade

laminar turbulento

FT1 → Hagen-Poiseulle



Escoamento laminar plenamente desenvolvido

Parabolóide de raio R (V máx. com r=0)

Escoamento laminar → Perfil de velocidade

$V_{máx} = 2V$

Proposta: Equação para determinar o fator de atrito (f) no regime laminar

A partir da Equação da Vmáx e F.U. de perda carga

Equação para determinar o fator de atrito (f) no regime laminar

Hagen (1839): experimentalmente

Poiseuille (1840): estabeleceu a equação que ficou conhecida como Hagen-Poiseulle pode ser reescrita na forma adimensional

$$\Delta h = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

fator de atrito
f = 64/Re

Fórmula de Hagen-Poiseuille

Válida para Rey≤2300

Segundo Azevedo Neto, com maior segurança para Rey ≤1000

Escoamento turbulento plenamente desenvolvido

Determinação do Fator de atrito (f)

Escoamento turbulento plenamente desenvolvido

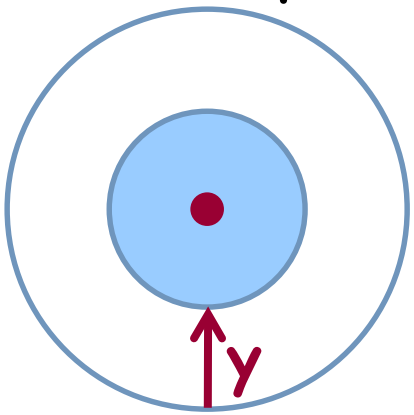
Perda de carga contínua → tensões de cisalhamento

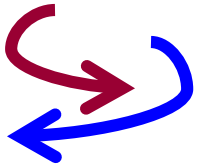
Tipo de regime de escoamento → Perfil de velocidade

laminar turbulento

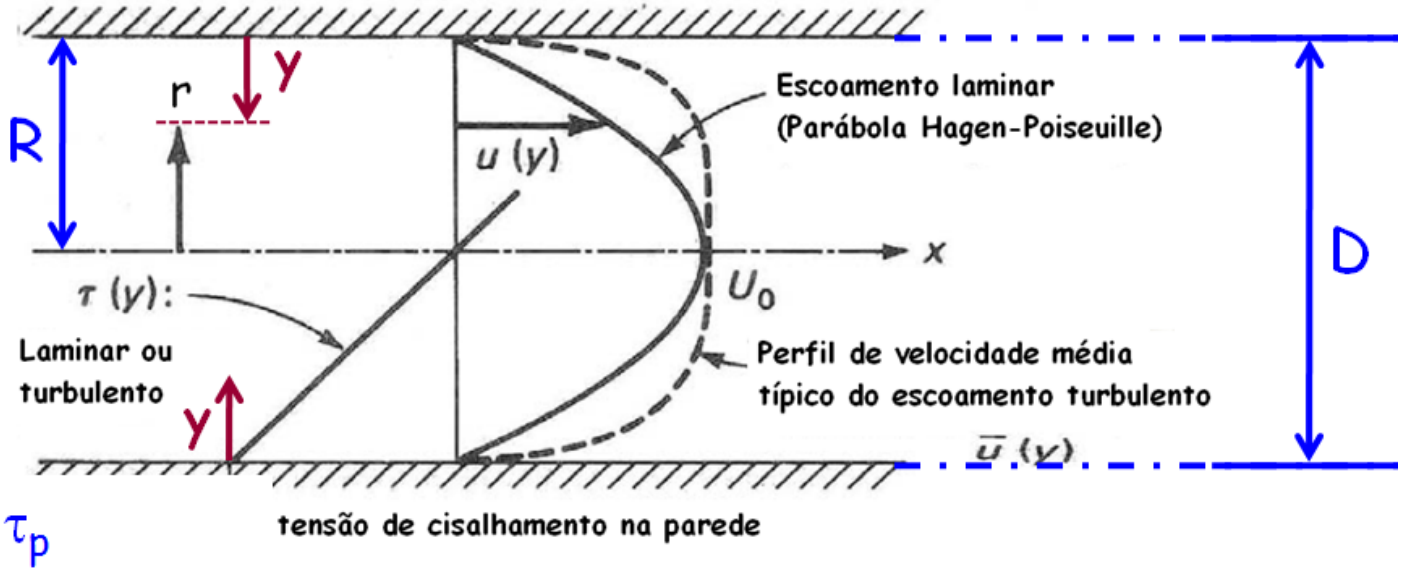
Perfil não é mais parabólico → Descoberto com a ajuda de experimentos

Escoamento turbulento plenamente desenvolvido





$y = R - r$

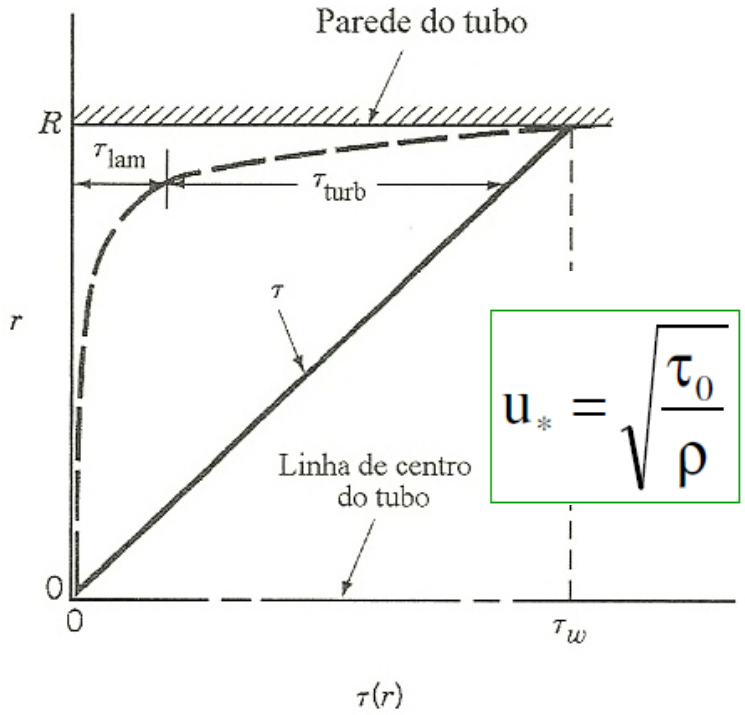


$$\frac{\Delta p}{\gamma} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

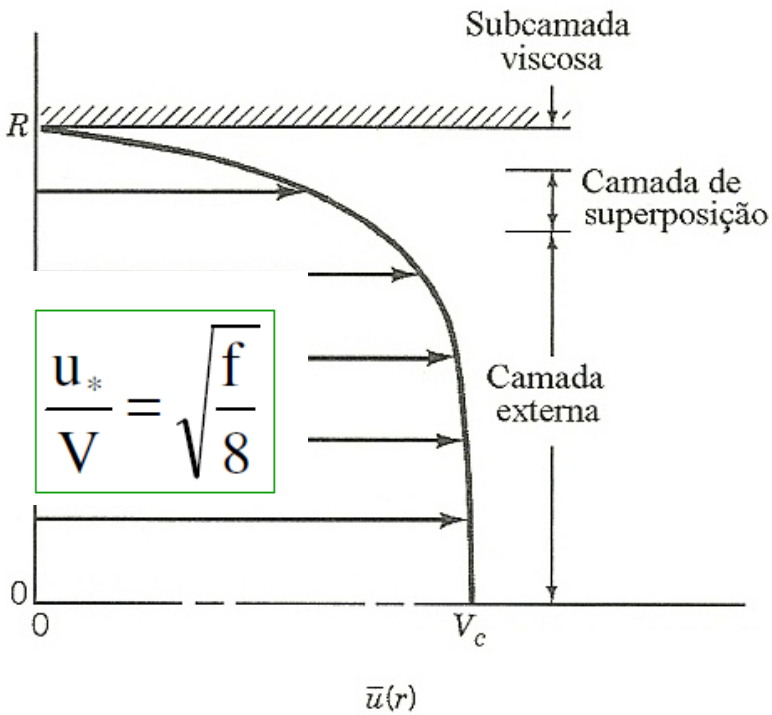
Continua valendo → $\Delta h = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$ f → fator de atrito

O caminho

1. entender o escoamento turbulento
   - ✓ Descobriu-se → viscosidade se comportava de forma diferente → tensões de cisalhamento diferentes → Perto da parede e Longe

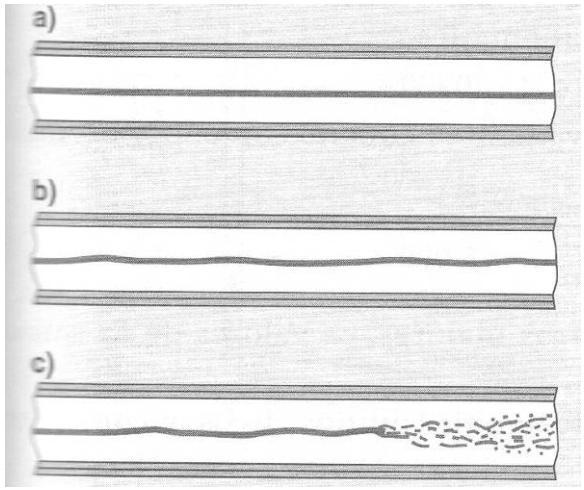


$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$



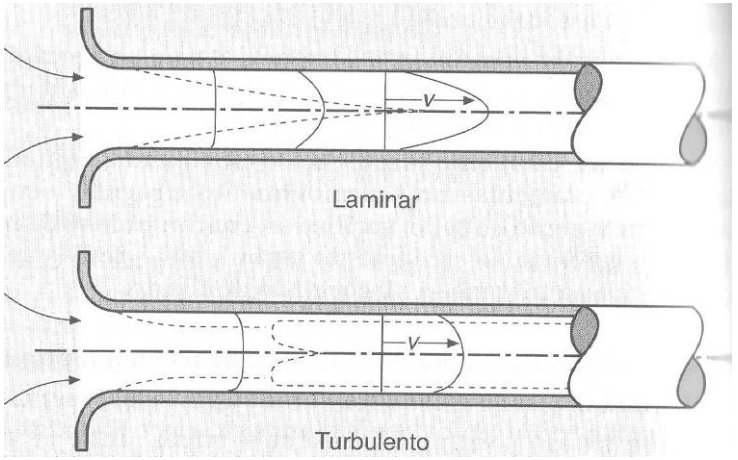
$$\frac{u_*}{V} = \sqrt{\frac{f}{8}}$$

CONDUTOS FORÇADOS



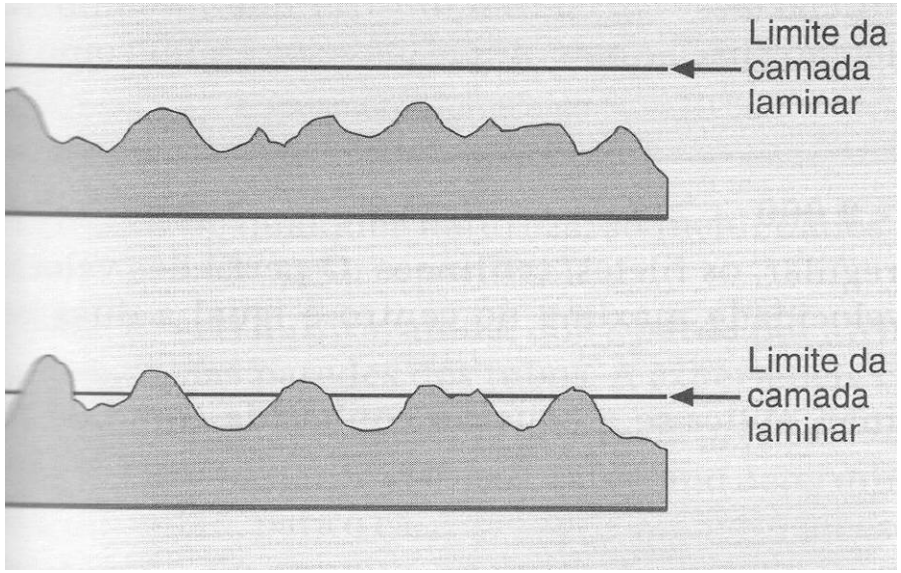
Laminar

Turbulento



Turbulento liso

Turbulento rugoso



O caminho

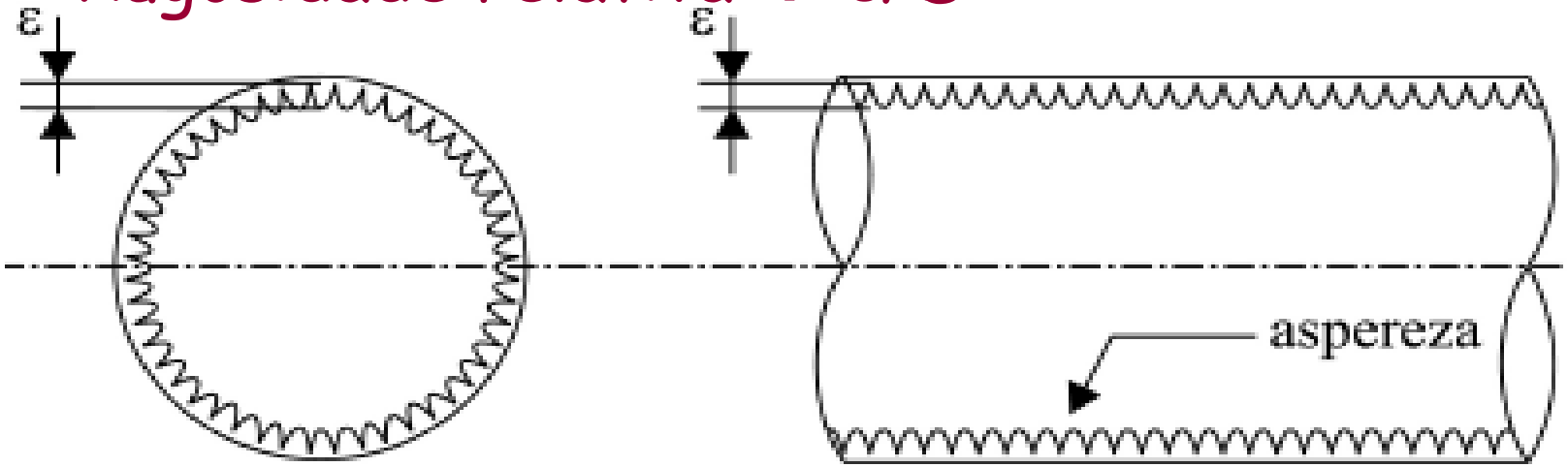
2. Paralelamente: análise dimensional

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad \Delta H = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$ generalizado

$$f = \text{Função}\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

Rugosidade absoluta → ε

Rugosidade relativa → ε/D



O caminho

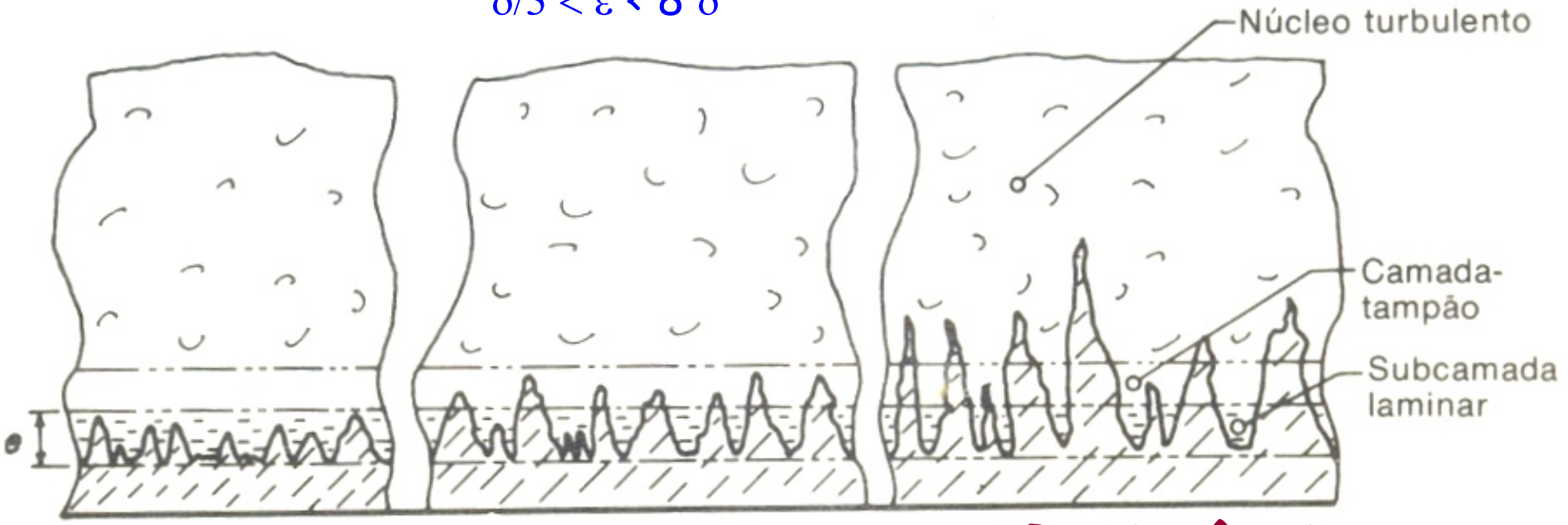
2. Paralelamente: análise dimensional

Liso $\varepsilon < \delta/3$

transição

$\delta/3 < \varepsilon < 8\,\delta$

Rugoso $\varepsilon > 8\,\delta$



Resistência depende somente de Re

Resistência depende de Re ou de ε/D

Resistência depende somente de ε/D

O caminho

2. Paralelamente: análise dimensional

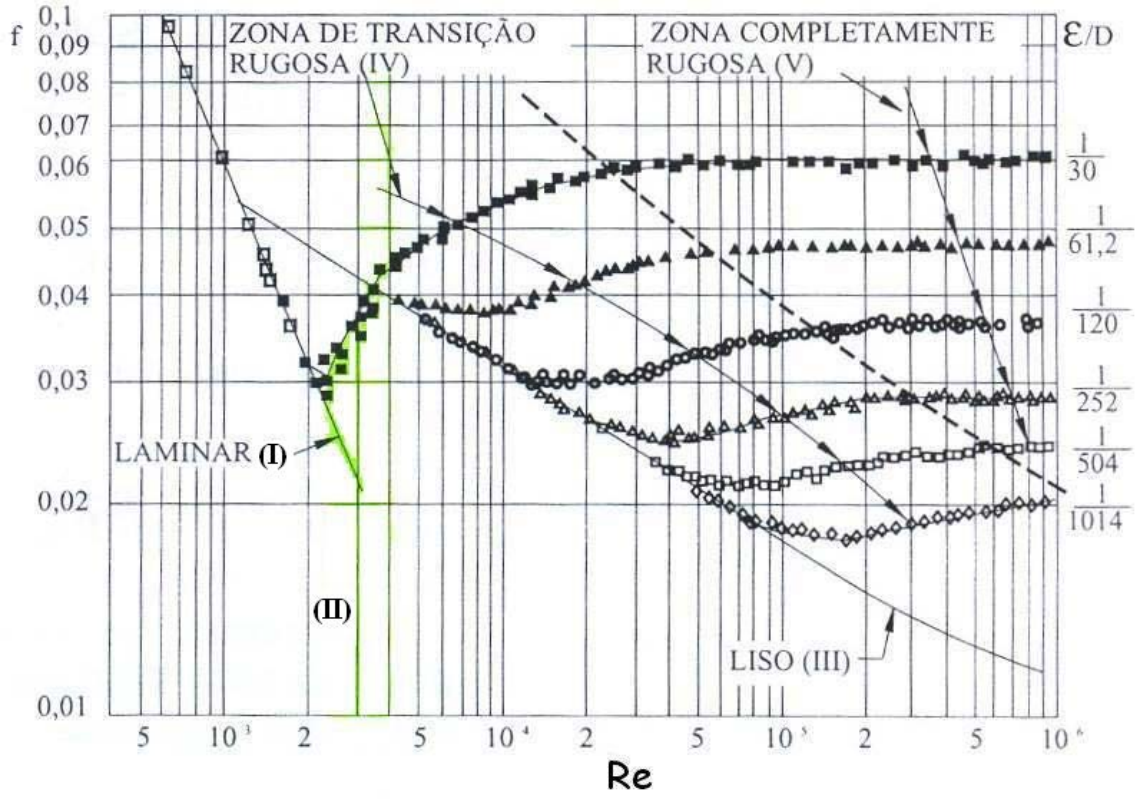
$$\Delta H = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

equação de Darcy-Weisbach
ou equação universal

A dependência entre f, R_e e ε/D não é fácil de ser determinada. Grande parte das informações disponíveis veio da harpa de Nikuradse

O caminho

3. J. Nikuradse (1933) → experimento com tubulações circulares
   - ✓ gráfico chamado Harpa de Nikuradse



O caminho

3. J. Nikuradse (1933) → experimento com tubulações circulares
   - ✓ gráfico chamado Harpa de Nikuradse

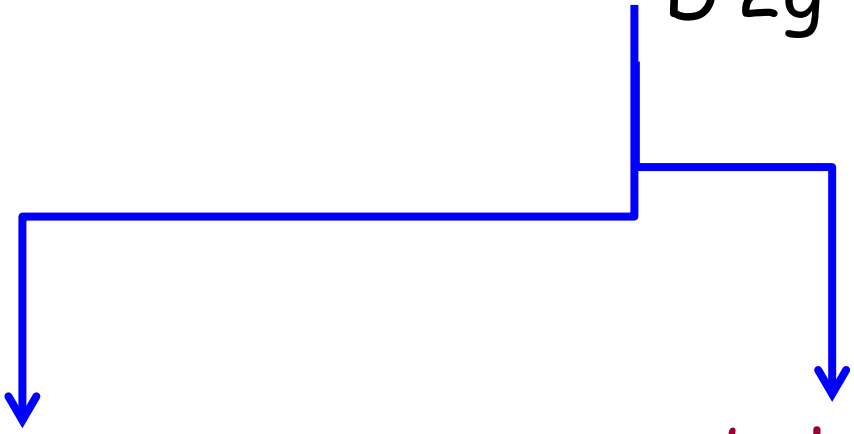
Fórmulas de f buscam concordância com este gráfico

As fórmulas foram chamadas Leis de resistência

Para qualquer escoamento permanente, incompressível e plenamente desenvolvido, em tubos horizontais ou inclinados

equação de Darcy-Weisbach ou equação universal

$$\Delta H = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$



laminares
$f = 64/R_e$

turbulentos
$f = F(\varepsilon/D, R_e)$

J. Nikuradse (1933) → experimento com tubulações circulares

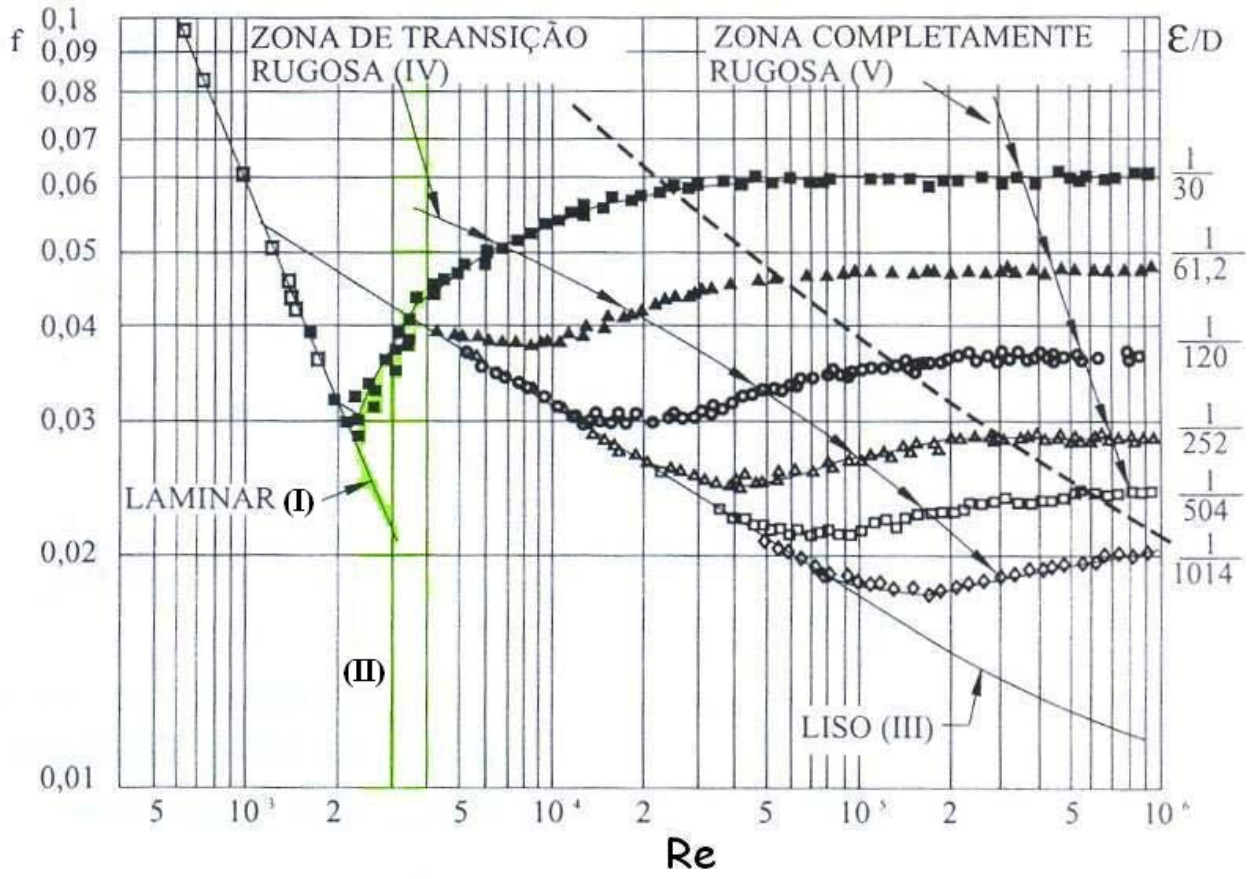
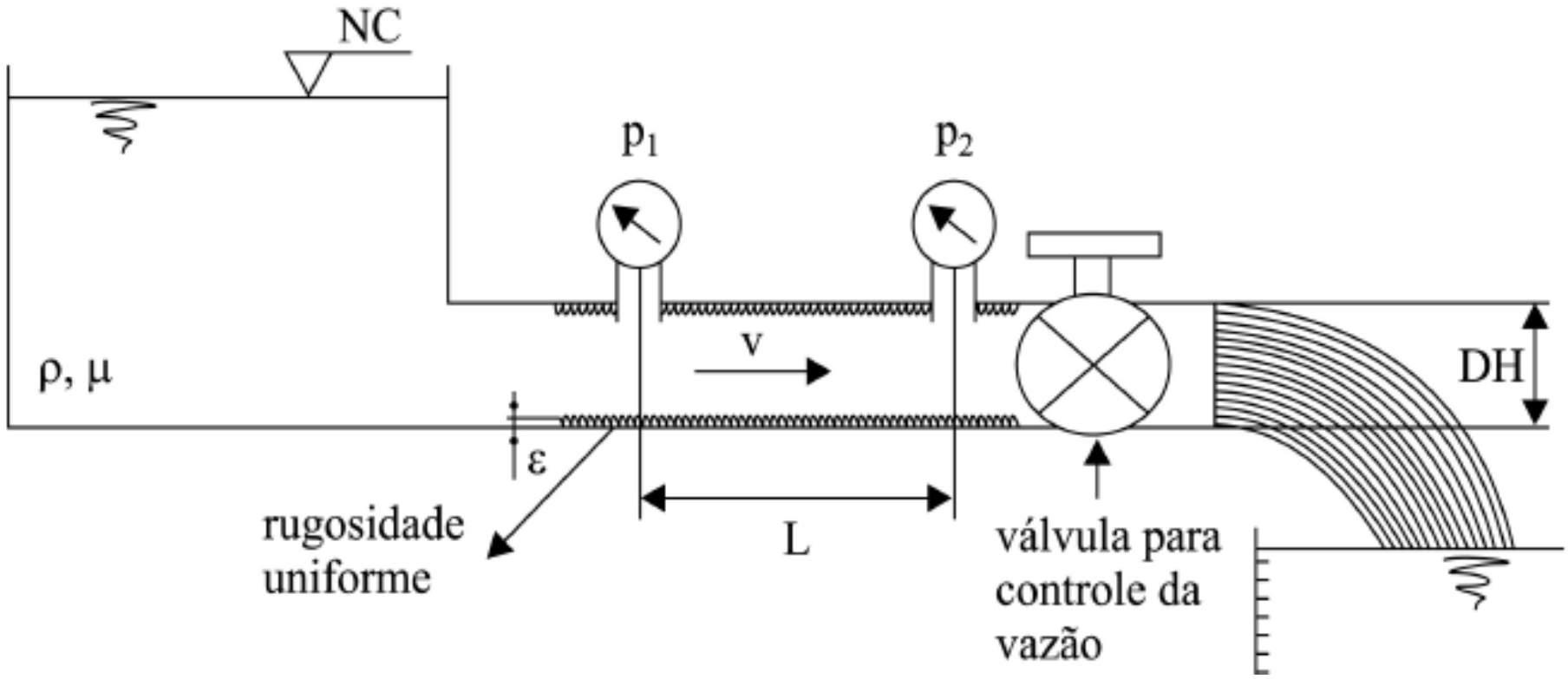


gráfico chamado Harpa de Nikuradse

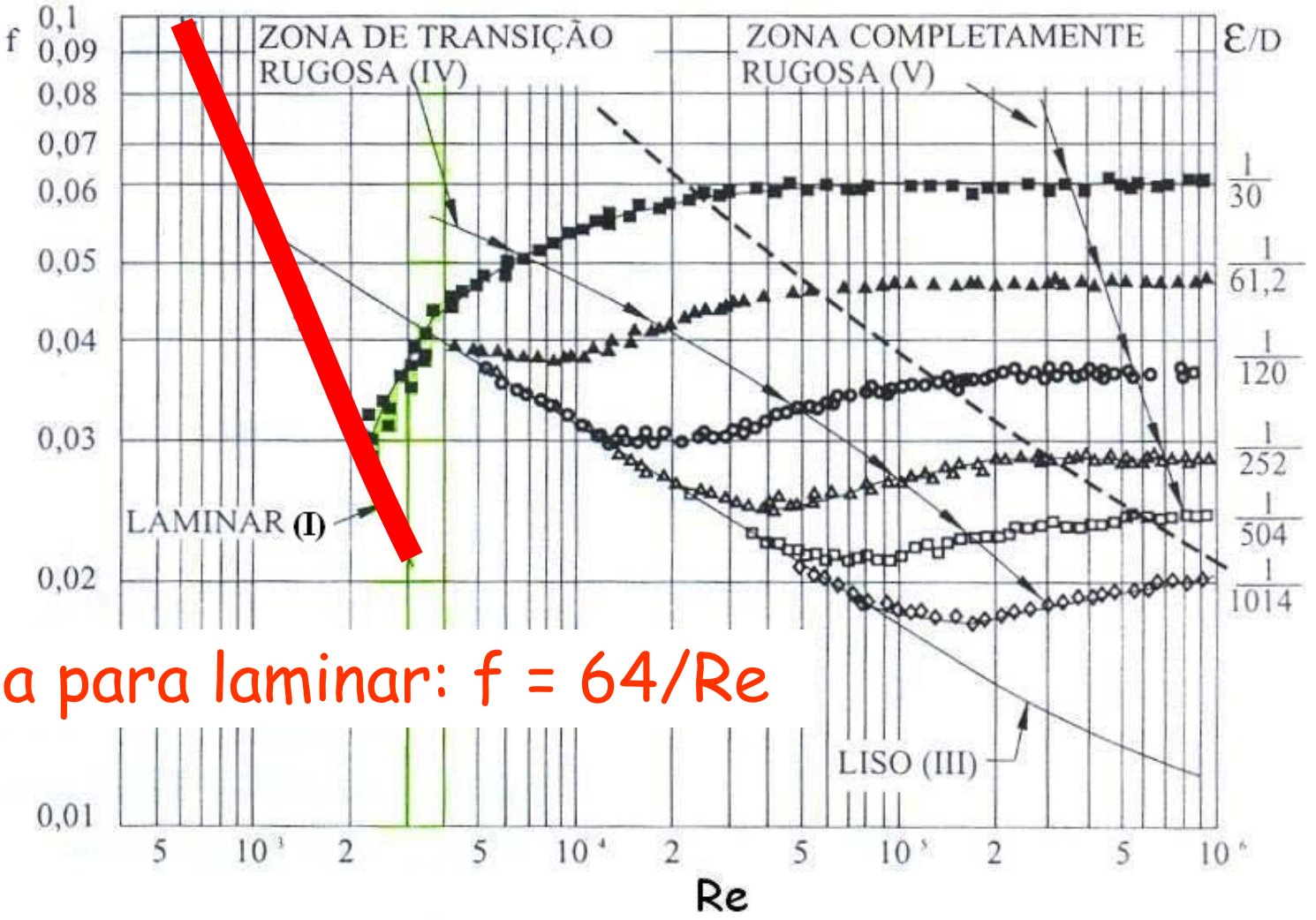
Fórmulas para f buscam concordância com este gráfico

Ele utilizou tubos lisos cuja parede interna esteve revestida com grãos de areia esféricos



Regiões da Harpa de Nikuradse

I – Re < 2.300: escoamento laminar

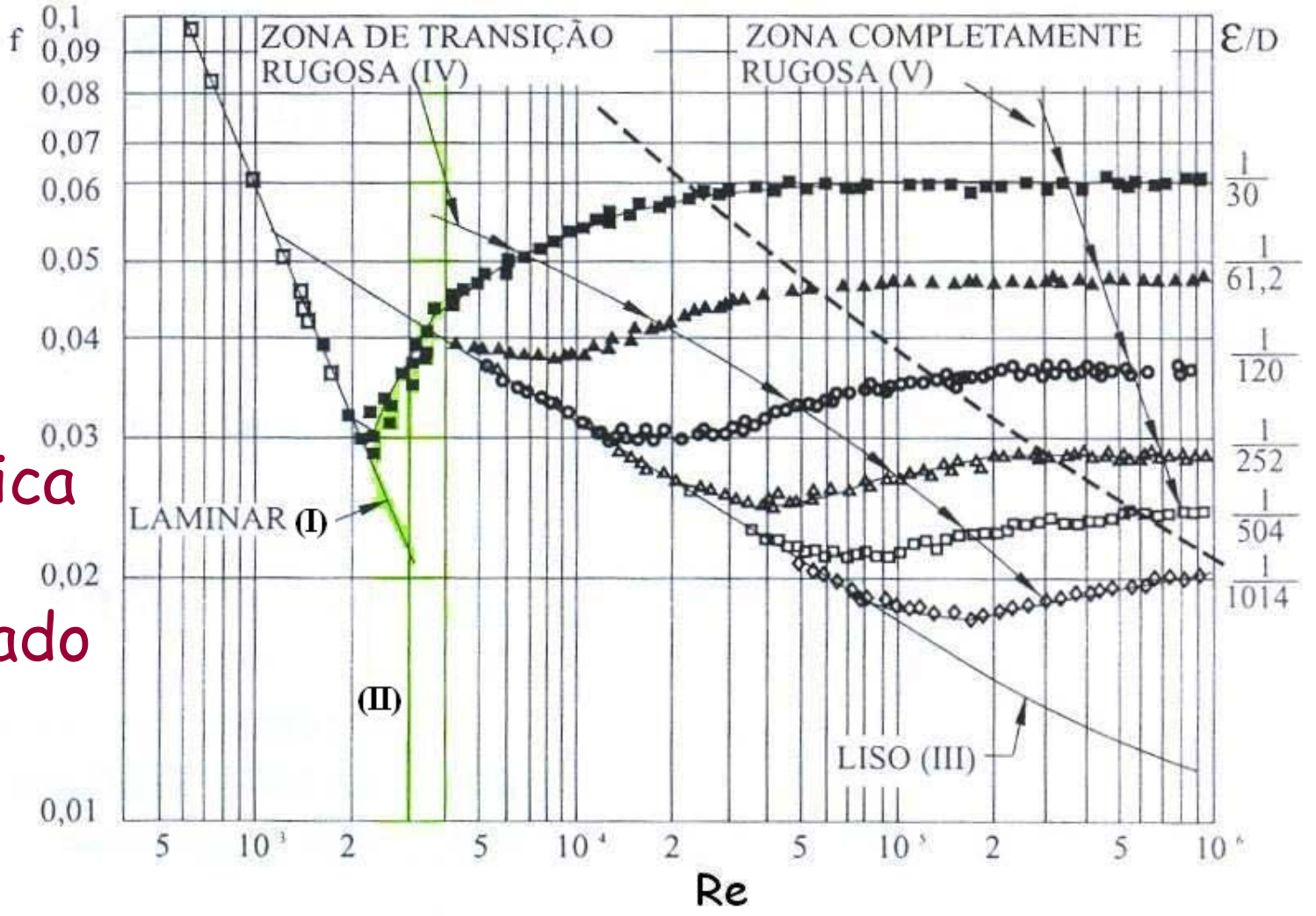


fórmula para laminar: f = 64/Re

Regiões da Harpa de Nikuradse

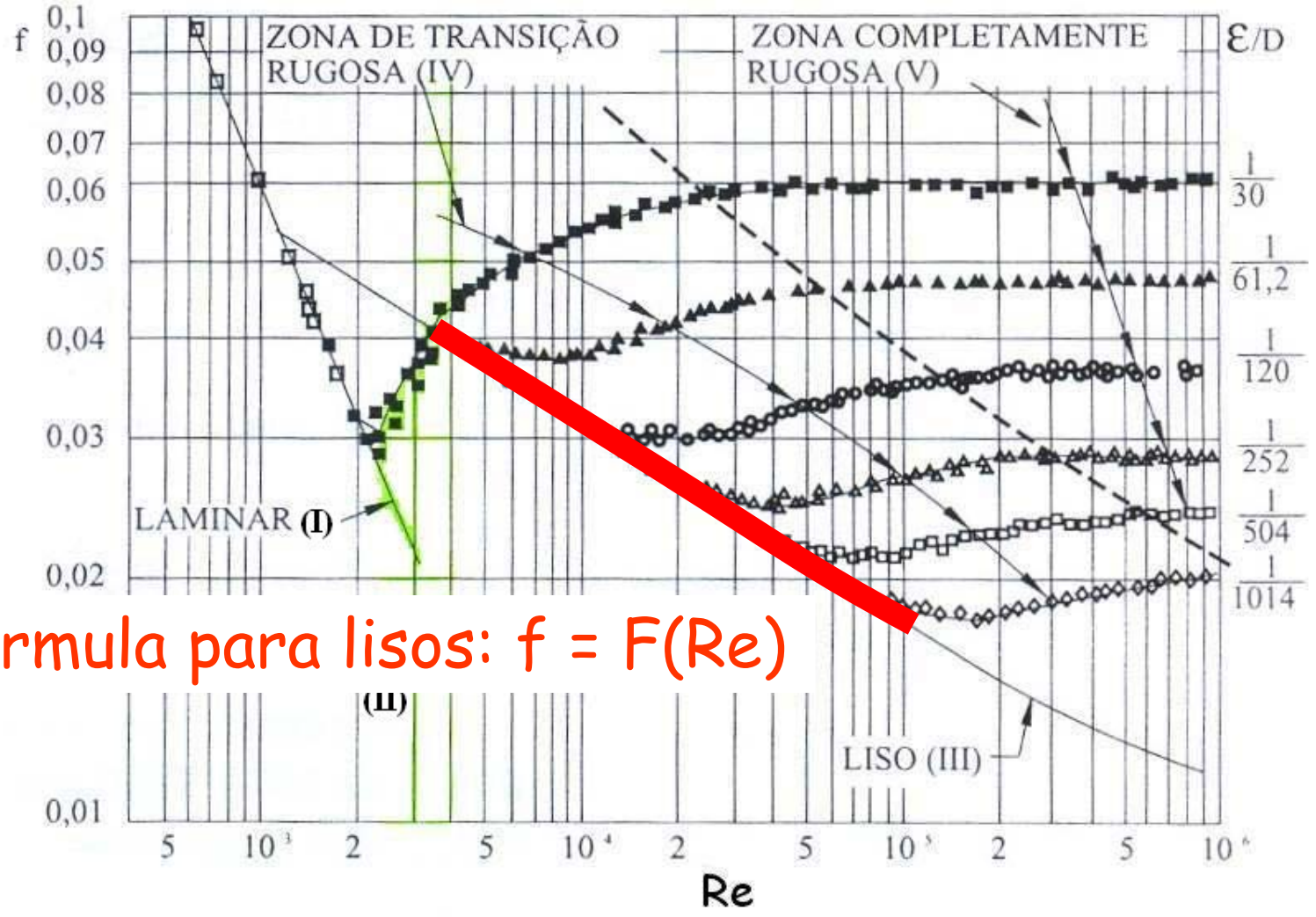
II – 2.300 < R_e < 4.000

região crítica → f não caracterizado



Regiões da Harpa de Nikuradse

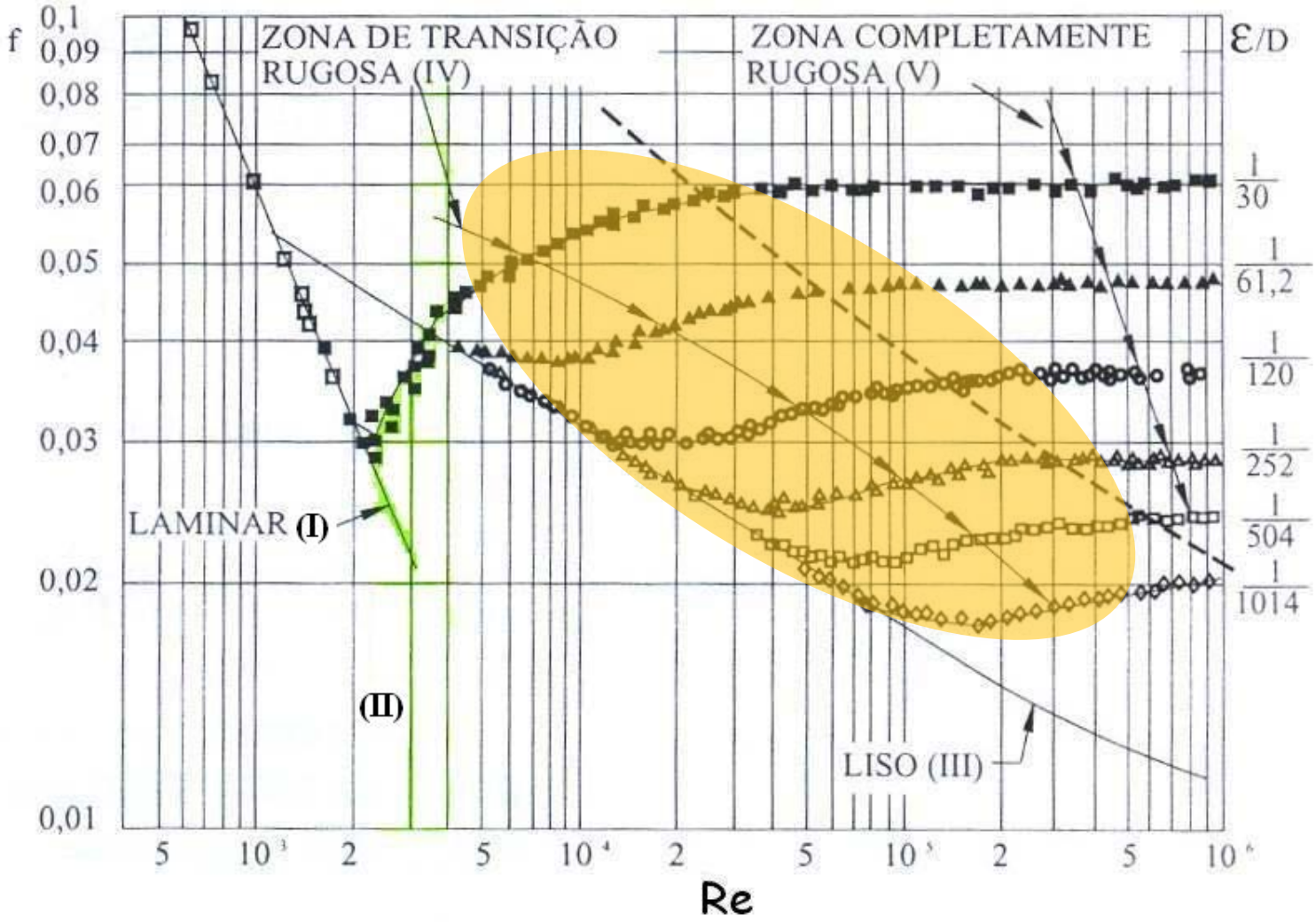
III – curva dos tubos lisos: $f = F(R_e)$



fórmula para lisos: f = F(Re)

Regiões da Harpa de Nikuradse

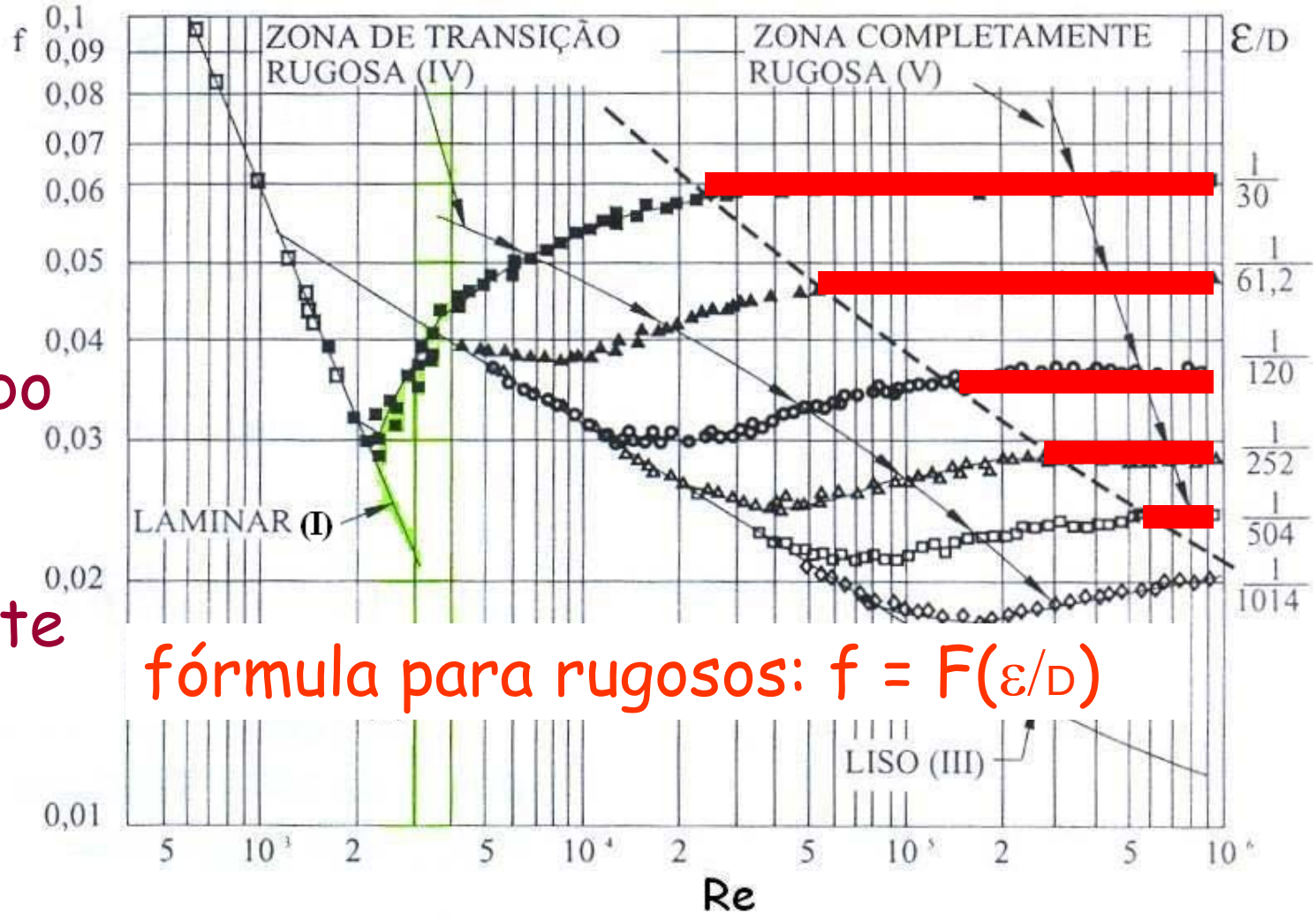
IV – transição



Regiões da Harpa de Nikuradse

V – rugosa

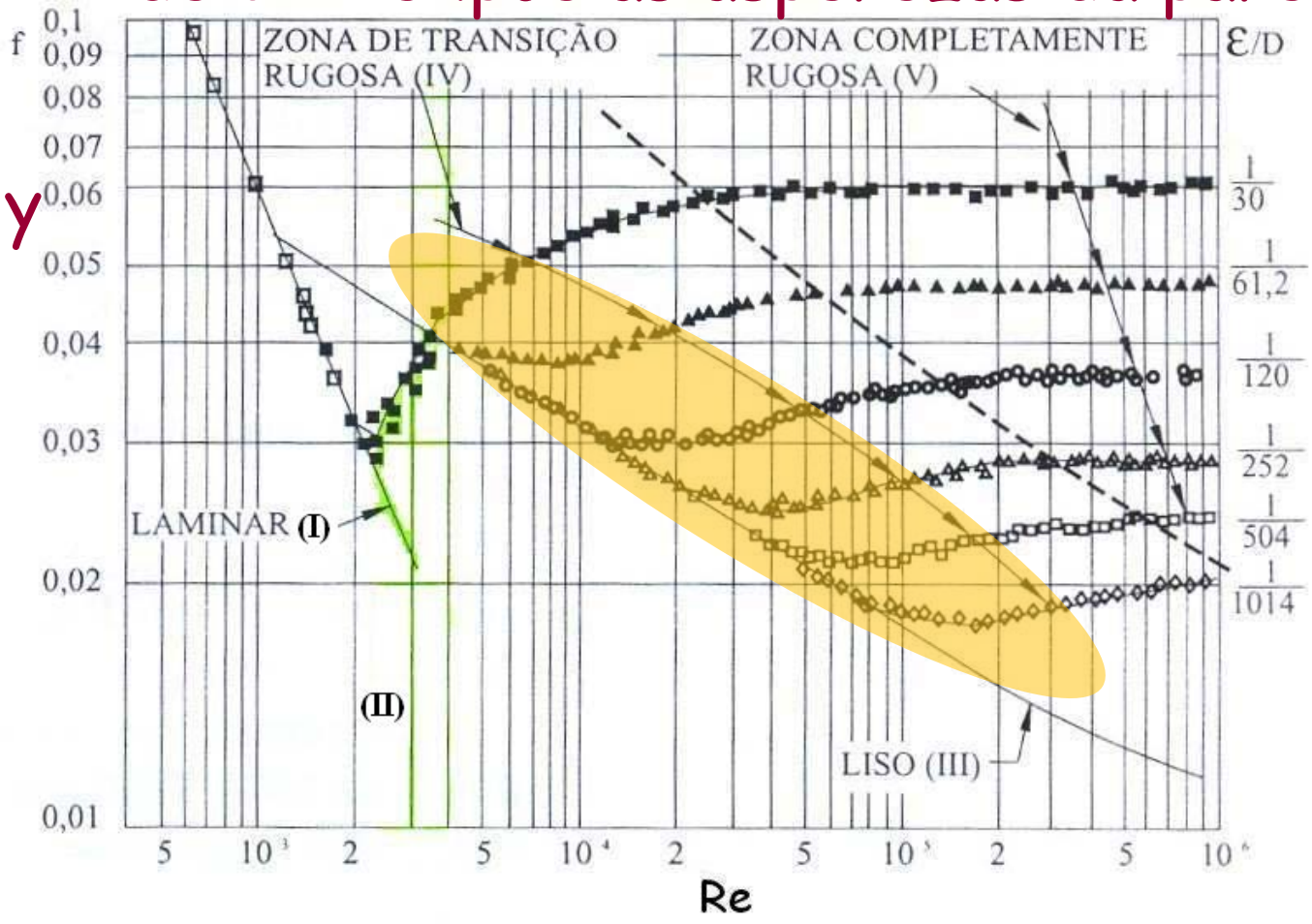
f=F(ε/D)
para um tubo
com ε/D
constante,
f é constante

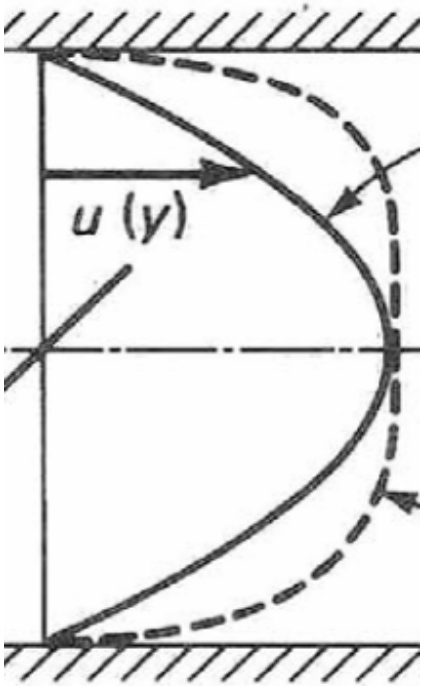


fórmula para rugosos: f = F(ε/D)

Desprendimento da curva de tubos lisos com aumento de Re

O aumento da turbulência provoca diminuição de δ → expõe as asperezas da parede





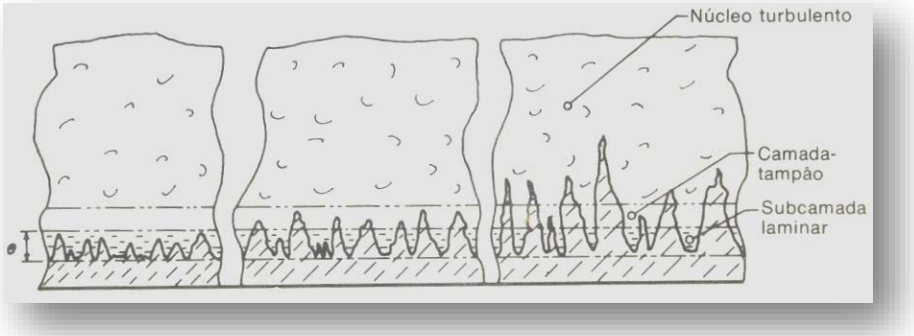
Esc. laminares não sofrem influência de asperezas (rugosidade)

Esc. turbulentos sofrem influência da relação asperezas (rugosidade) x espessura da subcamada viscosa→ $\varepsilon/D \times \delta$

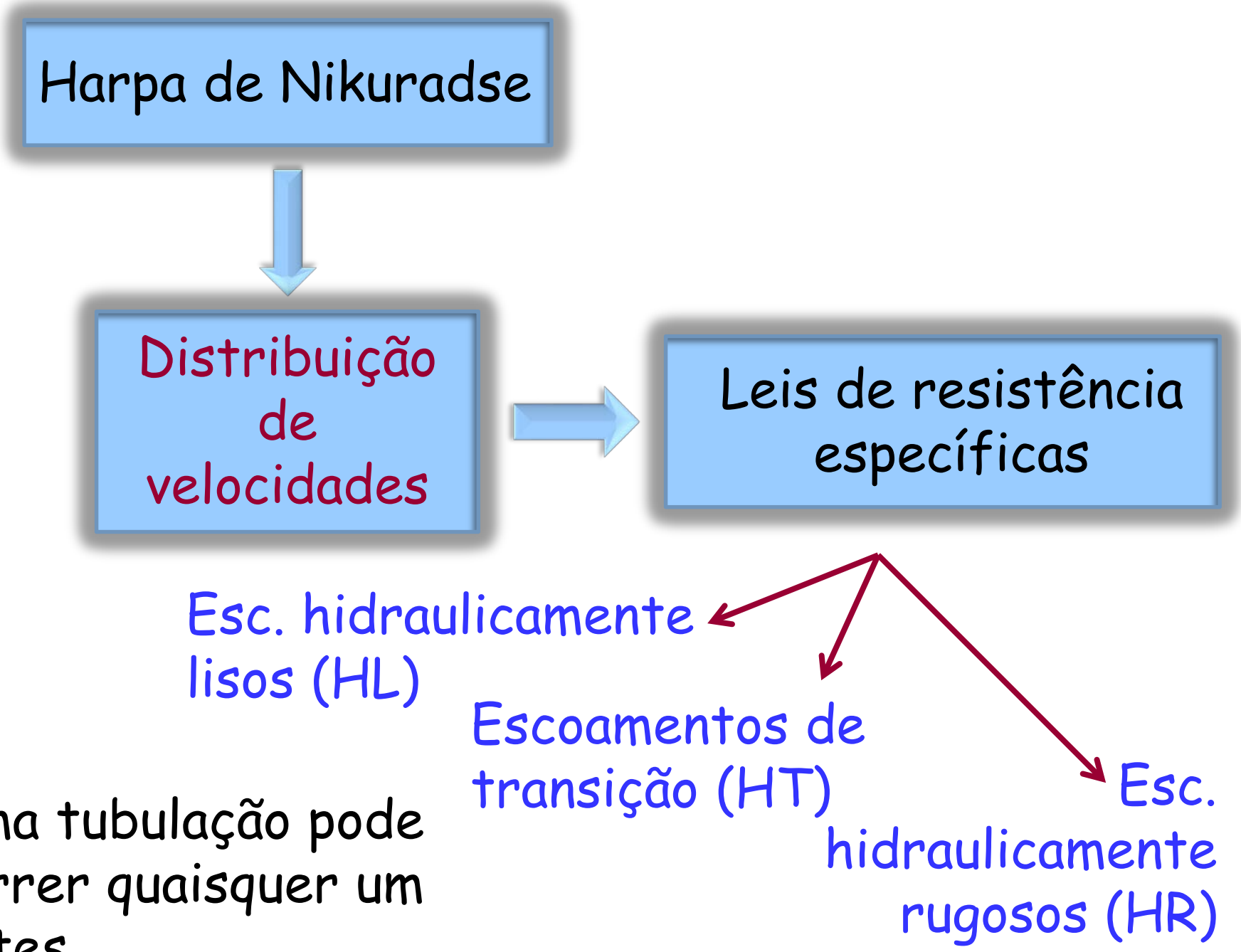
Esc. hidraulicamente rugosos (HR)

Esc. hidraulicamente lisos (HL)

Escoamentos de transição (HT)



Leis de resistências



Numa tubulação pode ocorrer quaisquer um destes

Espessura da Sub-camada limite

$$\delta = 11{,}6\ \upsilon / \mu *$$

Função da velocidade de atrito e viscosidade cinemática

liso	transição	rugoso
$\varepsilon < \delta/3$	$\delta/3 < \varepsilon < 8\delta$	$\varepsilon > 8\ \delta$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad \frac{u_*}{v} = \sqrt{\frac{f}{8}}$$

Pode-se redefinir Reynolds como:

- $Rey^* = \frac{\mu_* \varepsilon}{\vartheta}$ ⟶ Reynolds de rugosidade

- Se Rey*<5: escoamento turbulento hidraulicamente liso
- Se 5≤Rey*≤70: escoamento turbulento hidraulicamente misto ou de transição
- Se Rey*≥70: escoamento turbulento hidraulicamente rugoso

Desenvolvimento analítico no Escoamento turbulento

Tubos circulares lisos $\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\left(\frac{R_e\sqrt{f}}{2,51}\right)$

para $0 \le \frac{\varepsilon u_*}{\nu} \le 5$ ou $\frac{R_e\sqrt{f}}{D/\varepsilon} < 14,14$

Tubos circulares rugosos $\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\left(\frac{3,71D}{\varepsilon}\right)$

para $\frac{\varepsilon u_*}{\nu} > 70$ ou $\frac{Re\sqrt{f}}{D/\varepsilon} > 198$

Desenvolvimento Analítico e dados experimentais Nikuradse – permitiu estabelecimento de **LEIS DE RESISTÊNCIA**

fórmula de Blasius → Curva limite dos tubos HL → faixa $3.000 < Re < 10^5$

Ajusta-se bem aos resultados para tubos lisos, como de PVC

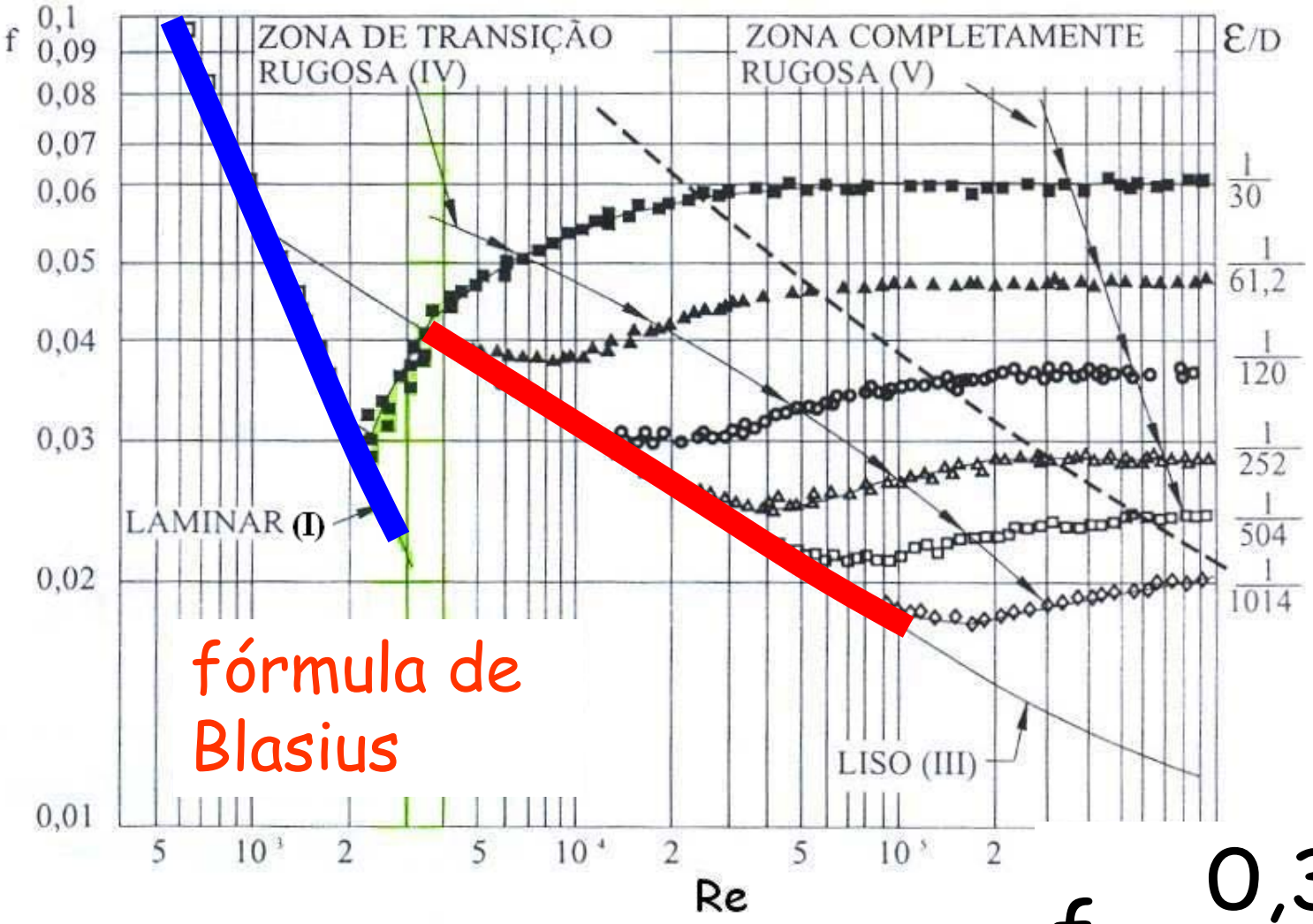
$$f = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

Fórmula para o escoamento laminar → a partir de Hagen-Poiseulle, lei de Newton e universal

$$f = \frac{64}{Re}$$

fórmula para laminar: f = 64/Re

Laminar



Fórmula de Blasius → tubos HL → faixa 3.000 < Re < 10^5

$$f = \frac{0{,}3164}{Re^{0{,}25}}$$

Perda de carga linear: Leis de resistência em tubos comerciais

Fórmulas racionais

1939 → Colebrook e White

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}71D} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

Indicada para a faixa de transição entre os esc. liso e rugoso, no intervalo $14{,}14 < \frac{Re\sqrt{f}}{D/\varepsilon} < 198$

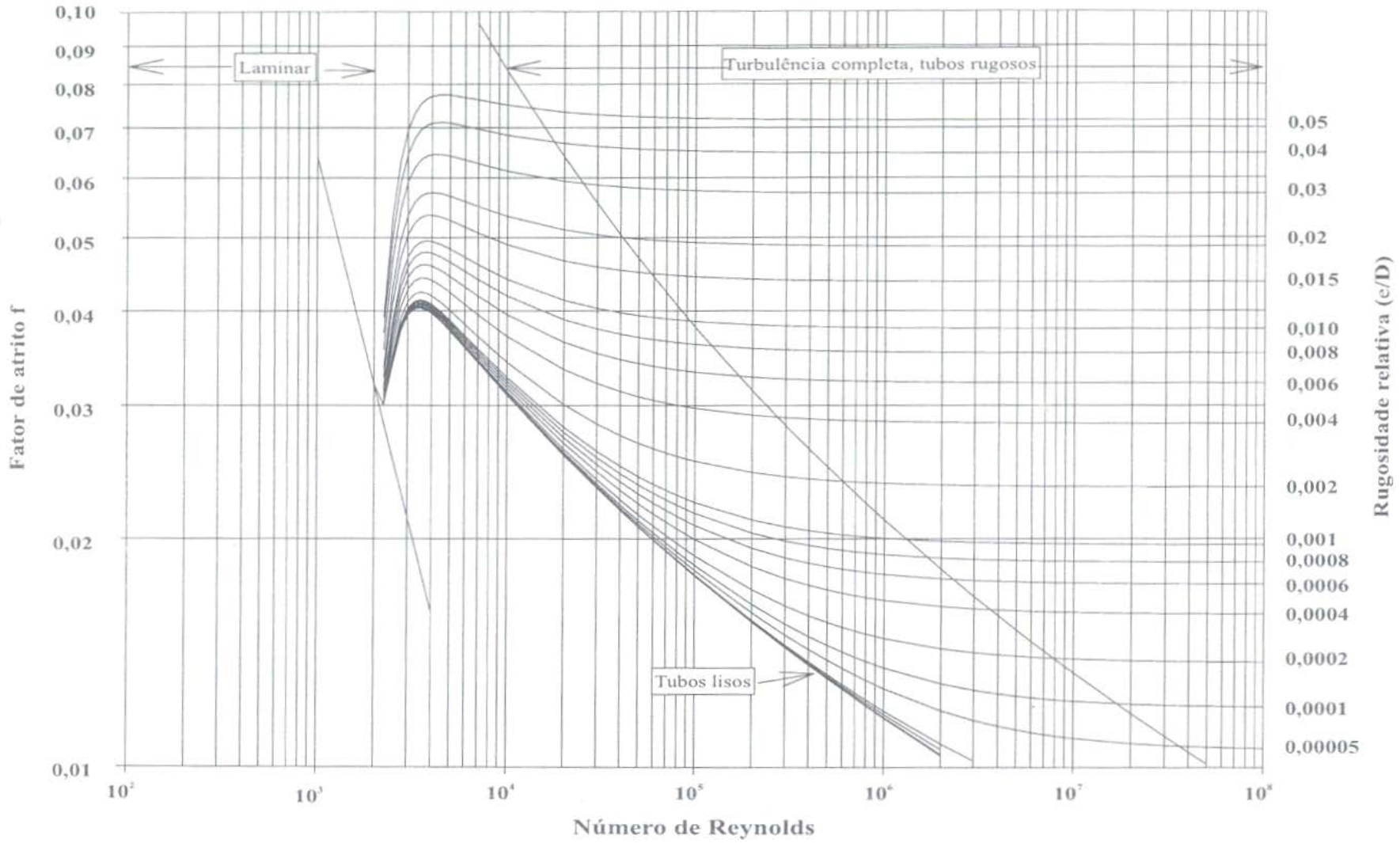
1944 → Moody estendeu o trabalho→ diagrama de Moody

Colebrook e White para velocidade média

$$U = -2\sqrt{2gDJ}\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}71D} + \frac{2{,}51\upsilon}{D\sqrt{2gDJ}}\right)$$

J → perda de carga unitária (m/m) e ν a viscosidade cinemática (m^2/s)

diagrama de Moody



1976 → Swamee-Jain → fórmula explícita

$$f = \frac{0{,}25}{\left[\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

$10^{-6} \leq \varepsilon/D \leq 10^{-2}$ e

$5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^8$

No mesmo trabalho Q (m^3/s) e D (m)

$$J = \frac{0{,}203Q^2/gD^5}{\left[\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

TABELAS A1 e A2

$$\frac{Q}{D^2\sqrt{gDJ}} = -\frac{\pi}{\sqrt{2}}\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{1{,}78\upsilon}{D\sqrt{gDJ}}\right)$$

$$D\left(\frac{gJ}{Q^2}\right)^{0{,}2} = 0{,}66\left\{\left[\varepsilon\left(\frac{gJ}{Q^2}\right)^{0{,}2}\right]^{1{,}25} + \upsilon\left(\frac{1}{gJQ^3}\right)^{0{,}2}\right\}^{0{,}04}$$

APÊNDICE – TABELA A1

Fonte: Porto, R. M. (1998)

FATOR DE ATRITO - f

Diâmetro (mm) ▶ 150

VEL		ε (mm)													VAZÃO
(m/s)	Rey	0,0015	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	(L/s)
0,3	45000	0,0213	0,0225	0,0236	0,0245	0,0254	0,0263	0,0271	0,0285	0,0298	0,0310	0,0322	0,0333	0,0343	5,30
0,4	60000	0,0200	0,0213	0,0225	0,0236	0,0246	0,0255	0,0263	0,0278	0,0292	0,0305	0,0317	0,0328	0,0338	7,07
0,5	75000	0,0190	0,0206	0,0219	0,0230	0,0240	0,0250	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0325	0,0335	8,84
0,6	90000	0,0183	0,0200	0,0214	0,0226	0,0236	0,0246	0,0255	0,0271	0,0286	0,0299	0,0311	0,0322	0,0333	10,60
0,7	105000	0,0177	0,0195	0,0210	0,0222	0,0233	0,0243	0,0253	0,0269	0,0284	0,0297	0,0309	0,0321	0,0332	12,37
0,8	120000	0,0173	0,0192	0,0207	0,0220	0,0231	0,0241	0,0251	0,0267	0,0282	0,0296	0,0308	0,0320	0,0330	14,14
0,9	135000	0,0169	0,0189	0,0204	0,0218	0,0229	0,0240	0,0249	0,0266	0,0281	0,0294	0,0307	0,0319	0,0330	15,90
1	150000	0,0165	0,0186	0,0202	0,0216	0,0228	0,0238	0,0248	0,0265	0,0280	0,0294	0,0306	0,0318	0,0329	17,67
1,1	165000	0,0162	0,0184	0,0201	0,0215	0,0226	0,0237	0,0247	0,0264	0,0279	0,0293	0,0305	0,0317	0,0328	19,44
1,2	180000	0,0159	0,0182	0,0199	0,0213	0,0225	0,0236	0,0246	0,0263	0,0278	0,0292	0,0305	0,0317	0,0328	21,21
1,3	195000	0,0157	0,0180	0,0198	0,0212	0,0224	0,0235	0,0245	0,0263	0,0278	0,0292	0,0304	0,0316	0,0327	22,97
1,4	210000	0,0155	0,0179	0,0197	0,0211	0,0224	0,0235	0,0244	0,0262	0,0277	0,0291	0,0304	0,0316	0,0327	24,74
1,5	225000	0,0153	0,0178	0,0196	0,0210	0,0223	0,0234	0,0244	0,0261	0,0277	0,0291	0,0303	0,0315	0,0326	26,51
1,6	240000	0,0151	0,0177	0,0195	0,0210	0,0222	0,0233	0,0243	0,0261	0,0276	0,0290	0,0303	0,0315	0,0326	28,27
1,7	255000	0,0149	0,0176	0,0194	0,0209	0,0222	0,0233	0,0243	0,0261	0,0276	0,0290	0,0303	0,0315	0,0326	30,04
1,8	270000	0,0148	0,0175	0,0193	0,0208	0,0221	0,0232	0,0242	0,0260	0,0276	0,0290	0,0303	0,0315	0,0326	31,81
1,9	285000	0,0146	0,0174	0,0193	0,0208	0,0221	0,0232	0,0242	0,0260	0,0275	0,0290	0,0302	0,0314	0,0325	33,58
2	300000	0,0145	0,0173	0,0192	0,0207	0,0220	0,0232	0,0242	0,0260	0,0275	0,0289	0,0302	0,0314	0,0325	35,34
2,1	315000	0,0144	0,0172	0,0192	0,0207	0,0220	0,0231	0,0241	0,0259	0,0275	0,0289	0,0302	0,0314	0,0325	37,11
2,2	330000	0,0142	0,0172	0,0191	0,0207	0,0220	0,0231	0,0241	0,0259	0,0275	0,0289	0,0302	0,0314	0,0325	38,88
2,3	345000	0,0141	0,0171	0,0191	0,0206	0,0219	0,0231	0,0241	0,0259	0,0275	0,0289	0,0302	0,0314	0,0325	40,64
2,4	360000	0,0140	0,0170	0,0190	0,0206	0,0219	0,0230	0,0241	0,0259	0,0274	0,0289	0,0301	0,0313	0,0325	42,41
2,5	375000	0,0139	0,0170	0,0190	0,0206	0,0219	0,0230	0,0240	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0325	44,18
2,6	390000	0,0138	0,0169	0,0190	0,0205	0,0218	0,0230	0,0240	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	45,95
2,7	405000	0,0137	0,0169	0,0189	0,0205	0,0218	0,0230	0,0240	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	47,71
2,8	420000	0,0137	0,0168	0,0189	0,0205	0,0218	0,0229	0,0240	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	49,48
2,9	435000	0,0136	0,0168	0,0189	0,0204	0,0218	0,0229	0,0240	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	51,25
3	450000	0,0135	0,0167	0,0188	0,0204	0,0218	0,0229	0,0239	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	53,01
3,1	465000	0,0134	0,0167	0,0188	0,0204	0,0217	0,0229	0,0239	0,0258	0,0273	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	54,78
3,2	480000	0,0133	0,0167	0,0188	0,0204	0,0217	0,0229	0,0239	0,0257	0,0273	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	56,55
3,3	495000	0,0133	0,0166	0,0188	0,0204	0,0217	0,0229	0,0239	0,0257	0,0273	0,0287	0,0300	0,0312	0,0324	58,32
3,4	510000	0,0132	0,0166	0,0187	0,0203	0,0217	0,0228	0,0239	0,0257	0,0273	0,0287	0,0300	0,0312	0,0324	60,08
3,5	525000	0,0131	0,0166	0,0187	0,0203	0,0217	0,0228	0,0239	0,0257	0,0273	0,0287	0,0300	0,0312	0,0324	61,85

APÊNDICE – TABELA A2

Fonte: Porto, R. M. (1998)

PERDA DE CARGA UNITÁRIA – J(m/100m) — Diâmetro (mm) ▶ 150

VEL		ε (mm)													VAZÃO
(m/s)	Rey	0,0015	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	(L/s)
0,3	45000	0,065	0,069	0,072	0,075	0,078	0,080	0,083	0,087	0,091	0,095	0,099	0,102	0,105	5,30
0,4	60000	0,109	0,116	0,123	0,129	0,134	0,139	0,143	0,152	0,159	0,166	0,172	0,178	0,184	7,07
0,5	75000	0,162	0,175	0,186	0,196	0,205	0,213	0,220	0,233	0,245	0,256	0,267	0,276	0,285	8,84
0,6	90000	0,224	0,245	0,262	0,277	0,290	0,302	0,313	0,332	0,350	0,366	0,381	0,395	0,408	10,60
0,7	105000	0,296	0,326	0,350	0,371	0,389	0,406	0,421	0,449	0,473	0,495	0,516	0,535	0,553	12,37
0,8	120000	0,376	0,417	0,451	0,479	0,504	0,526	0,546	0,582	0,615	0,644	0,671	0,696	0,720	14,14
0,9	135000	0,465	0,520	0,564	0,600	0,632	0,661	0,687	0,733	0,775	0,812	0,846	0,878	0,909	15,90
1	150000	0,562	0,633	0,689	0,735	0,775	0,811	0,844	0,902	0,953	0,999	1,042	1,082	1,119	17,67
1,1	165000	0,668	0,758	0,827	0,884	0,933	0,977	1,016	1,087	1,150	1,206	1,258	1,306	1,352	19,44
1,2	180000	0,781	0,892	0,977	1,046	1,105	1,157	1,205	1,290	1,365	1,432	1,494	1,552	1,606	21,21
1,3	195000	0,903	1,038	1,139	1,221	1,291	1,353	1,410	1,510	1,598	1,678	1,751	1,818	1,882	22,97
1,4	210000	1,033	1,194	1,314	1,410	1,492	1,565	1,631	1,747	1,850	1,942	2,027	2,106	2,180	24,74
1,5	225000	1,170	1,361	1,500	1,612	1,707	1,791	1,867	2,002	2,120	2,227	2,324	2,415	2,500	26,51
1,6	240000	1,316	1,539	1,699	1,828	1,937	2,033	2,120	2,274	2,409	2,530	2,642	2,745	2,842	28,27
1,7	255000	1,469	1,727	1,911	2,057	2,181	2,290	2,389	2,563	2,716	2,853	2,979	3,096	3,206	30,04
1,8	270000	1,629	1,925	2,134	2,299	2,439	2,563	2,674	2,870	3,041	3,196	3,337	3,469	3,592	31,81
1,9	285000	1,797	2,135	2,370	2,555	2,712	2,850	2,974	3,193	3,385	3,557	3,715	3,862	3,999	33,58
2	300000	1,973	2,354	2,618	2,825	3,000	3,153	3,291	3,534	3,747	3,939	4,114	4,276	4,429	35,34
2,1	315000	2,156	2,585	2,878	3,108	3,301	3,471	3,624	3,893	4,128	4,339	4,532	4,712	4,880	37,11
2,2	330000	2,347	2,826	3,150	3,404	3,617	3,804	3,972	4,268	4,527	4,759	4,971	5,168	5,353	38,88
2,3	345000	2,545	3,077	3,435	3,713	3,948	4,153	4,337	4,661	4,944	5,198	5,430	5,646	5,848	40,64
2,4	360000	2,750	3,339	3,731	4,037	4,293	4,516	4,717	5,071	5,380	5,657	5,910	6,145	6,365	42,41
2,5	375000	2,963	3,611	4,040	4,373	4,652	4,895	5,114	5,498	5,834	6,134	6,410	6,665	6,904	44,18
2,6	390000	3,182	3,894	4,362	4,723	5,025	5,290	5,526	5,943	6,306	6,632	6,930	7,206	7,465	45,95
2,7	405000	3,409	4,188	4,695	5,086	5,413	5,699	5,955	6,405	6,797	7,148	7,470	7,768	8,047	47,71
2,8	420000	3,644	4,492	5,040	5,463	5,816	6,124	6,399	6,884	7,306	7,684	8,030	8,351	8,652	49,48
2,9	435000	3,885	4,806	5,398	5,853	6,233	6,563	6,860	7,380	7,833	8,240	8,611	8,956	9,278	51,25
3	450000	4,133	5,131	5,768	6,257	6,664	7,019	7,336	7,894	8,379	8,814	9,212	9,581	9,926	53,01
3,1	465000	4,389	5,467	6,150	6,674	7,109	7,489	7,829	8,425	8,943	9,408	9,834	10,228	10,597	54,78
3,2	480000	4,651	5,813	6,545	7,104	7,569	7,974	8,337	8,973	9,526	10,022	10,475	10,895	11,289	56,55
3,3	495000	4,920	6,169	6,951	7,548	8,044	8,475	8,861	9,538	10,127	10,655	11,137	11,584	12,002	58,32
3,4	510000	5,197	6,536	7,370	8,005	8,532	8,991	9,401	10,121	10,746	11,307	11,819	12,294	12,738	60,08
3,5	525000	5,480	6,914	7,801	8,475	9,035	9,522	9,958	10,720	11,384	11,978	12,521	13,025	13,496	61,85

(Aula 1) Resumo das propriedades físicas da água
SI de unidades

Temperatura	Massa Específica	Peso Específico	Pressão de Vapor	Módulo de Elasticidade Volumétrico	Viscosidade Dinâmica	Viscosidade Cinemática
T °C	ρ kg/m^3	γ N/m^3	P_v^{abs} Pa	K 10^7 Pa	μ 10^{-3} kg/m.s	ν 10^{-6}m^2/s
0	999,9	9805	611	204	1,79	1,79
5	1000,0	9806	873	206	1,52	1,52
10	999,7	9803	1266	211	1,31	1,31
15	999,1	9798	1707	214	1,14	1,14
20	998,2	9789	2335	220	1,01	1,01
25	997,1	9779	3169	222	0,89	0,90
30	995,7	9767	4238	223	0,80	0,80
35	994,1	9752	5621	224	0,72	0,73
40	992,2	9737	7377	227	0,66	0,66
45	990,2	9720	9584	229	0,60	0,61
50	988,1	9697	12331	230	0,55	0,56
55	985,7	9679	15745	231	0,51	0,51
60	983,2	9658	19924	228	0,47	0,48
65	980,6	9635	25015	226	0,44	0,44
70	977,8	9600	31166	225	0,41	0,42
75	974,9	9589	38563	223	0,38	0,39
80	971,8	9557	47372	221	0,36	0,37
85	968,6	9529	57820	217	0,34	0,35
90	965,3	9499	70132	216	0,32	0,33
95	961,9	9469	84552	211	0,30	0,31
100	958,4	9438	101357	207	0,28	0,30

1993 → Swamee → equação geral válida para escoamento laminar, turbulento liso, de transição e turbulento rugoso

$$f = \left\{ \left(\frac{64}{Re} \right)^{8} + 9{,}5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}} \right) - \left(\frac{2500}{Re} \right)^{6} \right]^{-16} \right\}^{0{,}125}$$

O gráfico obtido concorda bem com o tradicional diagrama de Moody

Tabela: Valores da rugosidade absoluta equivalente

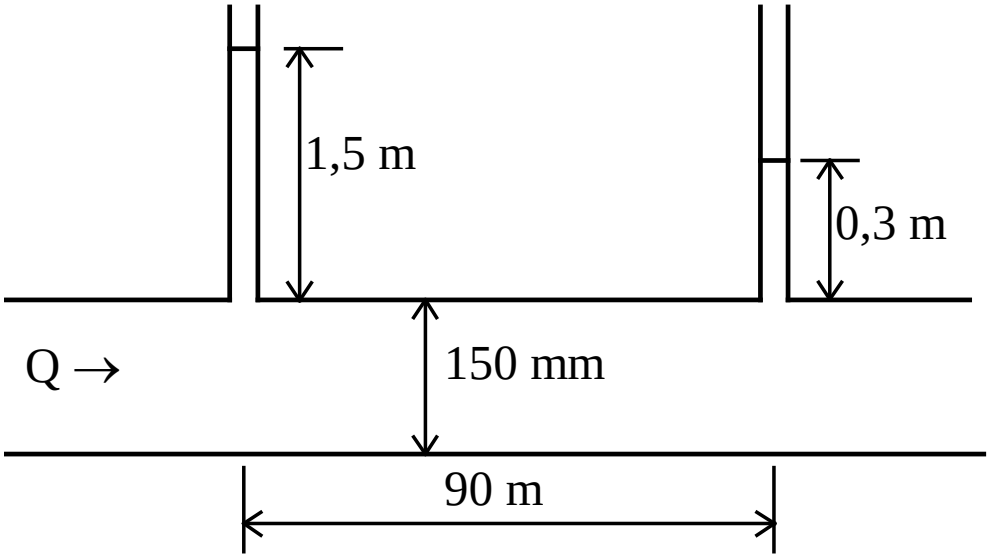
MATERIAL	ε (mm) Rugosidade Absoluta Equivalente
Aço comercial novo	0,045
Aço laminado novo	0,04 a 0,10
Aço soldado novo	0,05 a 0,10
Aço soldado limpo, usado	0,15 a 0,20
Aço soldado moderadamente oxidado	0,4
Aço soldado revestido de cimento centrifugado	0,10
Aço laminado revestido de asfalto	0,05
Aço rebitado novo	1 a 3
Aço rebitado em uso	6
Aço galvanizado, com costura	0,15 a 0,20
Aço galvanizado, sem costura	0,06 a 0,15
Ferro forjado	0,05
Ferro fundido novo	0,25 a 0,50
Ferro fundido com leve oxidação	0,30
Ferro fundido velho	3 a 5
Ferro fundido centrifugado	0,05
Ferro fundido em uso com cimento centrifugado	0,10
Ferro fundido com revestimento asfáltico	0,12 a 0,20
Ferro fundido oxidado	1 a 1,5
Cimento amianto novo	0,025
Concreto centrifugado novo	0,16
Concreto armado liso, vários anos de uso	0,20 a 0,30
Concreto com acabamento normal	1 a 3
Concreto protendido Freyssinet	0,04
Cobre, latão, aço revestido de epóxi, PVC, plásticos em geral, tubos extrudados	0,0015 a 0,010

Fonte: Porto, R.M. (1998) – pág. 49

Aplicação

Exercício (Lista 1 – Ex. 1):

- Qual a vazão que passa através da tubulação de aço comercial de 150 mm de diâmetro mostrada na figura? Dado: ε = 0,05 mm e T=20º



Formas de resolver: diagrama de Moody ou Tabelas A1 ou A2 ou fórmula explícita

APÊNDICE – TABELA A1

Fonte: Porto, R. M. (1998)

Diâmetro (mm) ➤ 150

VEL	FATOR DE ATRITO – f ε (mm)														VAZÃO
(m/s)	Rey	0,001	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	(L/s)
0,3	45000	0,0213	0,0225	0,0236	0,0245	0,0254	0,0263	0,0271	0,0285	0,0298	0,0310	0,0322	0,0333	0,0343	5,30
0,4	60000	0,0200	0,0213	0,0225	0,0236	0,0246	0,0255	0,0263	0,0278	0,0292	0,0305	0,0317	0,0328	0,0338	7,07
0,5	75000	0,0190	0,0206	0,0219	0,0230	0,0240	0,0250	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0325	0,0335	8,84
0,6	90000	0,0183	0,0200	0,0214	0,0226	0,0236	0,0246	0,0255	0,0271	0,0286	0,0299	0,0311	0,0322	0,0333	10,60
0,7	105000	0,0177	0,0195	0,0210	0,0222	0,0233	0,0243	0,0253	0,0269	0,0284	0,0297	0,0309	0,0321	0,0332	12,37
0,8	120000	0,0173	0,0192	0,0207	0,0220	0,0231	0,0241	0,0251	0,0267	0,0282	0,0296	0,0308	0,0320	0,0330	14,14
0,9	135000	0,0169	0,0189	0,0204	0,0218	0,0229	0,0240	0,0249	0,0266	0,0281	0,0294	0,0307	0,0319	0,0330	15,90
1	150000	0,0166	0,0186	0,0202	0,0216	0,0228	0,0238	0,0248	0,0265	0,0280	0,0294	0,0306	0,0318	0,0329	17,67
1,1	165000	0,0162	0,0184	0,0201	0,0215	0,0226	0,0237	0,0247	0,0264	0,0279	0,0293	0,0305	0,0317	0,0328	19,44
1,2	180000	0,0159	0,0182	0,0199	0,0213	0,0225	0,0236	0,0246	0,0263	0,0278	0,0292	0,0305	0,0317	0,0328	21,21
1,3	195000	0,0157	0,0180	0,0198	0,0212	0,0224	0,0235	0,0245	0,0263	0,0278	0,0292	0,0304	0,0316	0,0327	22,97
1,4	210000	0,0155	0,0179	0,0197	0,0211	0,0224	0,0235	0,0244	0,0262	0,0277	0,0291	0,0304	0,0316	0,0327	24,74
1,5	225000	0,0153	0,0178	0,0196	0,0210	0,0223	0,0234	0,0244	0,0261	0,0277	0,0291	0,0303	0,0315	0,0326	26,51
1,6	240000	0,0151	0,0177	0,0195	0,0210	0,0222	0,0233	0,0243	0,0261	0,0276	0,0290	0,0303	0,0315	0,0326	28,27
1,7	255000	0,0149	0,0176	0,0194	0,0209	0,0222	0,0233	0,0243	0,0261	0,0276	0,0290	0,0303	0,0315	0,0326	30,04
1,8	270000	0,0148	0,0175	0,0193	0,0208	0,0221	0,0232	0,0242	0,0260	0,0276	0,0290	0,0303	0,0315	0,0326	31,81
1,9	285000	0,0146	0,0174	0,0193	0,0208	0,0221	0,0232	0,0242	0,0260	0,0275	0,0290	0,0302	0,0314	0,0325	33,58
2	300000	0,0145	0,0173	0,0192	0,0207	0,0220	0,0232	0,0242	0,0260	0,0275	0,0289	0,0302	0,0314	0,0325	35,34
2,1	315000	0,0144	0,0172	0,0192	0,0207	0,0220	0,0231	0,0241	0,0259	0,0275	0,0289	0,0302	0,0314	0,0325	37,11
2,2	330000	0,0142	0,0172	0,0191	0,0207	0,0220	0,0231	0,0241	0,0259	0,0275	0,0289	0,0302	0,0314	0,0325	38,88
2,3	345000	0,0141	0,0171	0,0191	0,0206	0,0219	0,0231	0,0241	0,0259	0,0275	0,0289	0,0302	0,0314	0,0325	40,64
2,4	360000	0,0140	0,0170	0,0190	0,0206	0,0219	0,0230	0,0241	0,0259	0,0274	0,0289	0,0301	0,0313	0,0325	42,41
2,5	375000	0,0139	0,0170	0,0190	0,0206	0,0219	0,0230	0,0240	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0325	44,18
2,6	390000	0,0138	0,0169	0,0190	0,0205	0,0218	0,0230	0,0240	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	45,95
2,7	405000	0,0137	0,0169	0,0189	0,0205	0,0218	0,0230	0,0240	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	47,71
2,8	420000	0,0137	0,0168	0,0189	0,0205	0,0218	0,0229	0,0240	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	49,48
2,9	435000	0,0136	0,0168	0,0189	0,0204	0,0218	0,0229	0,0240	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	51,25
3	450000	0,0135	0,0167	0,0188	0,0204	0,0218	0,0229	0,0239	0,0258	0,0274	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	53,01
3,1	465000	0,0134	0,0167	0,0188	0,0204	0,0217	0,0229	0,0239	0,0258	0,0273	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	54,78
3,2	480000	0,0133	0,0167	0,0188	0,0204	0,0217	0,0229	0,0239	0,0257	0,0273	0,0288	0,0301	0,0313	0,0324	56,55
3,3	495000	0,0133	0,0166	0,0188	0,0204	0,0217	0,0229	0,0239	0,0257	0,0273	0,0287	0,0300	0,0312	0,0324	58,32
3,4	510000	0,0132	0,0166	0,0187	0,0203	0,0217	0,0228	0,0239	0,0257	0,0273	0,0287	0,0300	0,0312	0,0324	60,08
3,5	525000	0,0131	0,0166	0,0187	0,0203	0,0217	0,0228	0,0239	0,0257	0,0273	0,0287	0,0300	0,0312	0,0324	61,85

APÊNDICE – TABELA A2

Fonte: Porto, R. M. (1998)

PERDA DE CARGA UNITÁRIA – J(m/100m)

Diâmetro (mm) ▶ 150

VEL	ε (mm)														VAZÃO
(m/s)	Rey	0,0015	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	(L/s)
0,3	45000	0,065	0,069	0,072	0,075	0,078	0,080	0,083	0,087	0,091	0,095	0,099	0,102	0,105	5,30
0,4	60000	0,109	0,116	0,123	0,129	0,134	0,139	0,143	0,152	0,159	0,166	0,172	0,178	0,184	7,07
0,5	75000	0,162	0,175	0,186	0,196	0,205	0,213	0,220	0,233	0,245	0,256	0,267	0,276	0,285	8,84
0,6	90000	0,224	0,245	0,262	0,277	0,290	0,302	0,313	0,332	0,350	0,366	0,381	0,395	0,408	10,60
0,7	105000	0,296	0,326	0,350	0,371	0,389	0,406	0,421	0,449	0,473	0,495	0,516	0,535	0,553	12,37
0,8	120000	0,376	0,417	0,451	0,479	0,504	0,526	0,546	0,582	0,615	0,644	0,671	0,696	0,720	14,14
0,9	135000	0,465	0,520	0,564	0,600	0,632	0,661	0,687	0,733	0,775	0,812	0,846	0,878	0,909	15,90
1	150000	0,562	0,633	0,689	0,735	0,775	0,811	0,844	0,902	0,953	0,999	1,042	1,082	1,119	17,67
1,1	165000	0,668	0,758	0,827	0,884	0,933	0,977	1,016	1,087	1,150	1,206	1,258	1,306	1,352	19,44
1,2	180000	0,781	0,892	0,977	1,046	1,105	1,157	1,205	1,290	1,365	1,432	1,494	1,552	1,606	21,21
1,3	195000	0,903	1,038	1,139	1,221	1,291	1,353	1,410	1,510	1,598	1,678	1,751	1,818	1,882	22,97
1,4	210000	1,033	1,194	1,314	1,410	1,492	1,565	1,631	1,747	1,850	1,942	2,027	2,106	2,180	24,74
1,5	225000	1,170	1,361	1,500	1,612	1,707	1,791	1,867	2,003	2,120	2,227	2,324	2,415	2,500	26,51
1,6	240000	1,316	1,539	1,699	1,828	1,937	2,033	2,120	2,274	2,409	2,530	2,642	2,745	2,842	28,27
1,7	255000	1,469	1,727	1,911	2,057	2,181	2,290	2,389	2,563	2,716	2,853	2,979	3,096	3,206	30,04
1,8	270000	1,629	1,925	2,134	2,299	2,439	2,563	2,674	2,870	3,041	3,196	3,337	3,469	3,592	31,81
1,9	285000	1,797	2,135	2,370	2,555	2,712	2,850	2,974	3,193	3,385	3,557	3,715	3,862	3,999	33,58
2	300000	1,973	2,354	2,618	2,825	3,000	3,153	3,291	3,534	3,747	3,939	4,114	4,276	4,429	35,34
2,1	315000	2,156	2,585	2,878	3,108	3,301	3,471	3,624	3,893	4,128	4,339	4,532	4,712	4,880	37,11
2,2	330000	2,347	2,826	3,150	3,404	3,617	3,804	3,972	4,268	4,527	4,759	4,971	5,168	5,353	38,88
2,3	345000	2,545	3,077	3,435	3,713	3,948	4,153	4,337	4,661	4,944	5,198	5,430	5,646	5,848	40,64
2,4	360000	2,750	3,339	3,731	4,037	4,293	4,516	4,717	5,071	5,380	5,657	5,910	6,145	6,365	42,41
2,5	375000	2,963	3,611	4,040	4,373	4,652	4,895	5,114	5,498	5,834	6,134	6,410	6,665	6,904	44,18
2,6	390000	3,182	3,894	4,362	4,723	5,025	5,290	5,526	5,943	6,306	6,632	6,930	7,206	7,465	45,95
2,7	405000	3,409	4,188	4,695	5,086	5,413	5,699	5,955	6,405	6,797	7,148	7,470	7,768	8,047	47,71
2,8	420000	3,644	4,492	5,040	5,463	5,816	6,124	6,399	6,884	7,306	7,684	8,030	8,351	8,652	49,48
2,9	435000	3,885	4,806	5,398	5,853	6,233	6,563	6,860	7,380	7,833	8,240	8,611	8,956	9,278	51,25
3	450000	4,133	5,131	5,768	6,257	6,664	7,019	7,336	7,894	8,379	8,814	9,212	9,581	9,926	53,01
3,1	465000	4,389	5,467	6,150	6,674	7,109	7,489	7,829	8,425	8,943	9,408	9,834	10,228	10,597	54,78
3,2	480000	4,651	5,813	6,545	7,104	7,569	7,974	8,337	8,973	9,526	10,022	10,475	10,895	11,289	56,55
3,3	495000	4,920	6,169	6,951	7,548	8,044	8,475	8,861	9,538	10,127	10,655	11,137	11,584	12,002	58,32
3,4	510000	5,197	6,536	7,370	8,005	8,532	8,991	9,401	10,121	10,746	11,307	11,819	12,294	12,738	60,08
3,5	525000	5,480	6,914	7,801	8,475	9,035	9,522	9,958	10,720	11,384	11,978	12,521	13,025	13,496	61,85

Fórmula explícita (Swamee,1993)

Equação geral válida para escoamento laminar, turbulento liso, de transição e turbulento rugoso

$$f = \left\{ \left(\frac{64}{Re} \right)^{8} + 9{,}5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}} \right) - \left(\frac{2500}{Re} \right)^{6} \right]^{-16} \right\}^{0{,}125}$$

- Desafio – Aula 3
- Livro - Exercício 1.8
- Lista 1 – Exercício 5

- Obrigada!